УДК 539.3

АНАЛІЗ ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ 3D БАЛОК МЕТОДОМ БАЗОВИХ ХЕЛІКСНИХ ДІЛЯНОК

Ігор Ориняк, Костянтин Кулик, Роман Мазурик

Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”

igor_orinyak@yahoo.com, kostya.kulik@gmail.com, r.mazuryk.ua@gmail.com

Дана робота є продовженням досліджень авторів по геометрично нелінійному (ГН) аналізу балок [1], де запропоновано метод розривних базових і згладжувальних поправочних рішень. Базовим рішенням в роботі [1] для плоских тіл є елемент кругової дуги певних змінених довжини і кривизни, в яку «вмонтовані» відповідні значення згинального моменту та осьової сили. Базове рішення є основою методу, адже в основному враховує ГН та створює систему координат і векторів, відповідно до яких розраховується поправочний (малий геометрично лінійний) розв’язок.

Мета даної роботи – створення подібної загальної методології розв’язування ГН задач для 3D балок, основною складовою якої є базовий розв’язок у вигляді елемента хелікса (гвинтової лінії). Ця робота стосується спрощеного розв’язування задач, де, власне, можна застосувати лише базовий розв’язок. Вважається, що кожна елементарна ділянка розбиття балки (елемент) може бути представлена як хелікс, що характеризується: а) набором початкових (в першій точці елемента) природних (як геометричної лінії) векторів $\vec{t}_{0,i}$, $\vec{n}_{0,i}$, $\vec{\beta}_{0,i}$, а також матеріальних векторів (прив’язаних до характерного січення балки) $\vec{t}_{0,i}$, $\vec{\xi}_{0,i}$, $\vec{\eta}_{0,i}$; б) заданими геометричними характеристиками хелікса – його кривизною *K* та скрутом *T*, які обчислюються через відомі зовнішні моменти, приведені до напрямків матеріальних векторів:

$$\vec{\beta}K = -\frac{M_\eta}{EI_\eta}\vec{\eta} + K_0\vec{\eta} - \frac{M_\xi}{EI_\xi},\ K^2 = \left(K_0 - \frac{M_\eta}{EI_\eta}\right)^2 + \left(\frac{M_\xi}{EI_\xi}\right)^2,\ T = T_0 - \frac{M_t}{GJ}. \quad (1)$$

Умовою спряження двох елементів є рівність матеріальних векторів. Що стосується положення відносно першої точки *A* кожної точки *B* елемента, включно з останньою точкою, то воно знаходиться з формули [2]:

$$\overrightarrow{AB} = \left(\frac{K^2\sin\phi}{H^3} + \frac{T^2\phi}{H^3}\right)\vec{t}_{0,i} + \frac{K}{H^2}(1-\cos\phi)\vec{n}_{0,i} + \left(\frac{-KT\sin\phi}{H^3} + \frac{KT\phi}{H^3}\right)\vec{\beta}_{0,i}. \quad (2)$$

---

http://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/me01_32.pdf

А направлюючі природні (аналогічно матеріальні) вектори – за формулою [3]:

$$\begin{pmatrix} \vec{t}(s) \\ \vec{n}(s) \\ \vec{\beta}(s) \end{pmatrix} = \frac{1}{H^2} \begin{pmatrix} K^2\cos\phi + T^2 & HK\sin\phi & -KT\cos\phi + KT \\ -HK\sin\phi & H^2\cos\phi & TH\sin\phi \\ -KT\cos\phi + KT & -TH\sin\phi & K^2 + T^2\cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{t}_{0,i} \\ \vec{n}_{0,i} \\ \vec{\beta}_{0,\mathrm{i}} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Розглядалися наступні приклади застосування методу:
1) формування ідеального хелікса з початково прямого стержня при спеціально підібраних граничних умовах і системі зовнішніх сил (момент і сила), що прикладені в заданому напрямку. Результати досить швидко сходяться до правильного розв’язку за довільної кількості елементів. Навіть одного елемента достатньо, щоб за 10-15 ітерацій отримати ідеальний хелікс.
2) відома задача Бате, де защемлена зліва балка, що являє собою чверть кола, навантажується перпендикулярною до площини силою. Результати подані на рис. 1 і в Таблицях 1-2. Ці результати ідеально збігаються з відомими з літератури, а зміна кількості ділянок розбиття з 10 до 100 уже не впливає на точність.

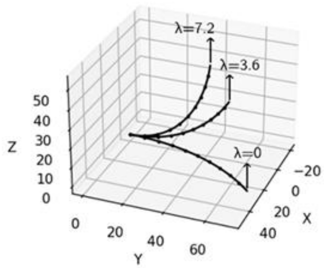

Рис. 1 Деформація балки силою

Таблиця 1 Координати кінця (Бате)

λ	$\vec{x}$	$\vec{y}$	$\vec{z}$
0	29.3	70.7	0.0
3.6	22.2	58.8	40.2
7.2	15.6	47.1	53.6

Таблиця 2 Координати кінця (наближення 10 елементами)

λ	$\vec{x}$	$\vec{y}$	$\vec{z}$
0	29.289	70.711	0.0
3.6	22.214	58.829	40.062
7.2	15.636	47.237	53.295

1. *Orynyak I., Mazuryk R., Orynyak A.* Basic (discontinuous) and smoothing up (conjugated) solutions in transfer matrix method for static geometrically nonlinear beam and cable in plane // Journal of Engineering Mechanics. – 2020. – **46**, No. 5.
2. *Ориняк І.В.* Розрахунки складних систем методом початкових параметрів [Електр. ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика» / Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 252 с. https://ela.kpi.ua/handle/123456789/48744

ANALYSIS OF GEOMETRICALLY NONLINEAR DEFORMATION OF 3D BEAMS BY THE METHOD OF BASIC HELICAL ELEMENTS

This work lays the foundation for an efficient method of 3D GN calculation with application of basic helical elements. It is characterized by the “built-in” values of forces and moments which produce the ideal helix. The notions of natural as well as the material basic vectors are introduced, and expressions for the basic vectors and point position change within each helical element are given. The well-known 3D Bathe test and Kirchgoff test of creation of ideal helix from the initial straight rod shows the high efficiency of the method.