УДК 539.3

МЕТОД БАЗОВИХ (РОЗРИВНИХ) ТА ПОПРАВОЧНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ДЛЯ ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНОГО АНАЛІЗУ БАЛОК ТА КАНАТІВ

Ігор Ориняк, Роман Мазурик

Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

igor_orinyak@yahoo.com; r.mazuryk.ua@gmail.com

Врахування геометричної нелінійності (ГН) (великих переміщень при малих деформаціях) для аналізу деформування довгих балкових елементів є доцільнішим, ніж зазвичай вважається. Проведення таких обчислень вимагає розробки специфічних методів. По-перше, треба модифікувати розв'язання для розрахункового елементу балки, яке має враховувати: а) зміну його довжини при згині (пов'язану зі зміною кривизни); б) вплив поздовжньої сили на його гнучкість. По-друге, необхідно організувати ітераційний процес уточнення геометрії. Існуючі методи в основному базуються на елементі, що створений відповідно до методології МСЕ, і є розв'язанням варіаційної проблеми в слабкому формулюванні. Що стосується алгоритмів уточнень, то зазвичай беруть правильну початкову геометрію, наприклад, пряму лінію, і дуже повільно змінюють її, тобто довжину та кут між прямими елементами.

В роботах [1, 2] нами запропоновано принципово новий метод розрахунку ГН балково-канатних систем. Ідея методу полягає в наступному. Балка (канат) розбивається на базові елементи, кожен з яких представляється у вигляді ділянки кола, ці елементи не обов'язково неперервно межують один з одним. Кривизна і довжина елемента однозначно пов'язана з уже «вбитими в розв'язок» базовим моментом та осьовою силою – для балкового елементу, відповідно; і з поперечним навантаженням і осьовою силою – для канату. Основне призначення базового елементу – це врахування ГН та переважної частини навантаження і створення криволінійної системи координат для представлення поправочного розв'язку. Повний розв'язок $\vec{U}$ шукається, як сума базового $\vec{B}$ (наближеного, розривного) і поправочного $\vec{C}$ розв'язків:

$$\vec{U} = \vec{B} + \vec{C} \,. \tag{1}$$

Поправочний розв'язок формулюється і розв'язується, як лінійний, що забезпечує неперервність силових (рівняння рівноваги) і деформаційних па-

http://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/me01_35.pdf раметрів, як всередині елемента, так і на межі між елементами. Отримано ряд таких точних (на відміну від МСЕ) розв'язків, що враховують дію поздовжньої сили (як стискуючої, так і розтягуючої), для диференційних рівнянь 6-го степеня (для балки) та 4-го степеня (для канату). Загалом вони представляються у вигляді, зручному для застосування методу початкових параметрів:

$$\begin{pmatrix} N(s) \\ Q(s) \\ M(s) \\ \theta(s) \\ u(s) \\ w(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{11},\beta_{12},\beta_{13},\beta_{14},\beta_{15},\beta_{16} \\ \beta_{21},\beta_{22},\beta_{23},\beta_{24},\beta_{25},\beta_{26} \\ \beta_{31},\beta_{32},\beta_{33},\beta_{34},\beta_{25},\beta_{26} \\ \beta_{41},\beta_{42},\beta_{43},\beta_{44},\beta_{45},\beta_{46} \\ \beta_{51},\beta_{52},\beta_{53},\beta_{54},\beta_{55},\beta_{56} \\ \beta_{61},\beta_{62},\beta_{63},\beta_{64},\beta_{65},\beta_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_0 \\ Q_0 \\ M_0 \\ \theta_0 \\ u_0 \\ w_0 \end{pmatrix} + \hat{P}_n \begin{pmatrix} \varepsilon_{1n} \\ \varepsilon_{2n} \\ \varepsilon_{3n} \\ \varepsilon_{4n} \\ \varepsilon_{5n} \\ \varepsilon_{6n} \end{pmatrix} + P_t \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \\ \varepsilon_{4t} \\ \varepsilon_{5t} \\ \varepsilon_{6t} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

де параметрами залачі є осьова та поперечна сили, згинальний момент, кут повороту, поздовжнє та нормальне переміщення; $\hat{P}_n$ є узагальнене (з урахуванням базової сили) поперечне, а P_t – поздовжнє навантаження.

Друга відмінність методу полягає в процедурі уточнення. На наступній ітерації уточнюються положення початків, кривизни і довжини базових елементів з урахуванням поправочних розв'язків. При цьому, використання розривних геометрій і коефіцієнтів прискорення чи сповільнення уточнення базових розв'язків за ознаками того, чи збігається розв'язок (всі параметри змінюються в одному напрямку), чи розбігається (деякі параметри поправочного розв'язку змінюють знак), значно прискорює збіжність методу.

Розглянуто ряд відомих в літературі задач про ГН деформування. Розглядається провис довгого морського райзера, розташованого між пунктом збору нафти і надводною платформою. Показані відмінності і схожості при застосуванні методів теорії балок з використанням різних запропонованих розв'язань і теорії канатів при розгляді різних гнучкостей (на згин) і жорсткості (на розтяг) січення райзера. Відмічається недоліки існуючих тестів в літературі, пропонується ряд задач, що показуть переваги нашого методу.

1. *Orynyak I., Mazuryk R., Orynyak A.* Basic (discontinuous) and smoothing up (conjugated) solutions in transfer matrix method for static geometrically nonlinear beam and cable in plane // Journal of Engineering Mechanics. – 2020. – **46**, No. 5.
2. *Orynyak I., Mazuryk R.* Application of method of discontinuous basic and enhanced smoothing solutions for 3D multibranched cable // Engng Struct. – 2022 – **251,** 113582.

BASIC DISCONTINUOUS AND SMOOTHING SOLUTION FOR GEOMETRICAL NONLINEAR TREATMENT OF BEAM AND CABLE

The ultimate solution is considered as a sum of Basic Solution (BS), and Smoothing one (SS). BS is discontinuous one and contains the basic geometry of element (length and curvature), where basic moment and force are imbedded in. SS is linearized one, which provide continuity and equilibrium. The iteration procedure is described. The examples of calculation which reveal the advantages of the method are shown in abundance.