

УДК 539.3

РІВНОВАЖНИЙ СТАН ДЕФОРМІВНОГО ЕЛЕКТРОПРОВІДНОГО НЕФЕРОМАГНІТНОГО ПІВПРОСТОРУ

Богдан Маркович, Юлія Сенік

Національний університет «Львівська політехніка»,

Національний лісотехнічний університет України

bohdan.m.markovych@lpnu.ua, yuliya.senik@gmail.com

Розглянемо електропровідний неферомагнітний півпростір, пружні властивості матеріалу якого залежить від густини. Вважаємо, що півпростір вільний від зовнішнього силового навантаження, а на його поверхнях задано постійне значення густини ρ_a , що відрізняється від відлікового значення ρ_* , а також термодинамічний електричний потенціал φ_a . Розташуємо декартову систему координат $\{x, y, z\}$ таким чином, щоб півпростір займав область $x \geq 0$. За розглядуваної зовнішньої дії рівноважний стан півпростору залежить лише від координати x і описується такою ключовою системою рівнянь для визначення густини ρ , електричного потенціалу φ , компонент тензора напружень $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \rho(x)}{dx^2} - \xi^2 (\rho - \rho_*) &= -\xi^2 (\rho_a - \rho_*) \exp(-\zeta x), \\ \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{a_{\omega\omega}}{\varepsilon_0} \varphi + \frac{a_{m\omega}}{\varepsilon_0} (\rho - \rho_*) &= 0, \\ \frac{d^2 \sigma_{xx}}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{1-\nu}{E} \sigma_{\gamma\gamma} \right) &= \frac{d^2}{dx^2} \left[a_m (\rho - \rho_*) + a_0^{\omega} \varphi \right], \quad \gamma = \{y, z\}. \end{aligned} \quad (1)$$

При цьому врахуємо залежність пружних властивостей неоднорідного тіла від змінної густини його матеріалу, прийнявши співвідношення, характерні для пористих середовищ $E(x) = E_0 (\rho / \rho_*)^{\beta_E}$, $\nu(x) = \nu_0 (\rho / \rho_*)^{\beta_\nu}$. Тут $a_m, a_0^{\omega}, a_{m\omega}, a_{\omega\omega}, \varepsilon_0, \xi, \zeta, E_0, \nu_0, \beta_E, \beta_\nu$ – сталі величини.

Систему рівнянь (1) доповнимо такими умовами на поверхні $x = 0$ півпростору

$$\sigma_{xx} = 0, \quad \rho = \rho_a, \quad \varphi = \varphi_a, \quad (2)$$

умовами обмеженості розв'язку на безмежності

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \varphi, \rho - \rho_*\} = 0, \quad (3)$$

а також умовою електронейтральності тіла

$$\int_0^{\infty} \omega(x) dx = 0, \quad (4)$$

де $\omega(x) = [a_{m\omega}(\rho - \rho_*) + a_{\omega\omega}\varphi] / \varepsilon_0$ – електричний заряд.

Аналіз розв'язку задачі (1)-(4) дозволяє стверджувати, що у області тіла існує ненульовий напружено-деформований стан, спричинений приповерхневим збуренням густини, що згідно з [1] обумовлене різними умовами взаємодії частинок на поверхні та у глибині тіла. Поверхневі значення термодинамічного електричного потенціалу та електричного заряду визначаємо з використанням умови (4). Аналіз розподілу заряду в рамках моделі підтвердив існування біля поверхні півпростору подвійного електричного шару, який є наслідком врахування сил кулонівської взаємодії, структурної неоднорідності матеріалу та шорсткості реальної поверхні півпростору.

Досліджено розподіл у півпросторі густини, термодинамічного електричного потенціалу, електричного заряду та напружень на основі системи рівнянь моделі у нелінійній постановці. Розподілу густини властива присутність двох, а розподілам потенціалу, заряду й напружень – трьох характерних розмірів $\xi^{-1}, \zeta^{-1}, \chi^{-1}$. Перший із цих розмірів пов'язано із структурною неоднорідністю матеріалу, другий – із геометричною неоднорідністю поверхні, а третій – із силами кулонівської взаємодії.

Вивчено вплив параметрів нелінійності на напружено-деформований стан та поверхневі напруження. Встановлено, що врахування зменшення модуля Юнга матеріалу із зменшенням його густини є наслідком зменшення поверхневих напружень. Подібний ефект спостерігаємо у меншій мірі і для коефіцієнта Пуассона. Поверхневі напруження у півпросторі суттєво залежать від відношення χ/ξ і значно менше від відношення ζ/ξ . Врахування нелінійності та структурної неоднорідності приводить до суттєвих кількісних змін значення полів, які є необхідними при розрахунку експлуатаційних характеристик конструкцій.

1. *Нагірний Т., Червінка К.* Основи механіки локально неоднорідних пружних тіл. Основи наномеханіки II. – Львів: Растр-7, 2014. – 168 с.
2. *Markovych B., Senyk Y., Nodzhak L.* Stress-deformed state and strength of a locally heterogeneous electrically conductive layer // *Mathematical Modeling and Computing.* – 2022. – Vol. 9, No. 3. – P. 750–756.

STUDY OF A DEFORMABLE ELECTRICALLY CONDUCTIVE NON-FERROMAGNETIC BODY THAT OCCUPIES A HALF-SPACE

The problem for the deformable electroconductive nonferromagnetic half-space is considered on the basis of the mathematical model of locally non-homogeneous solids. The study of density, thermodynamic electrical potential, charge and components of stress tensor in the half-space was performed. As a result of the research, a number of conclusions have done regarding the feasibility of taking into account the dependence of elasticity characteristics of the material on density.