

## МЕХАНІКА НЕОДНОРІДНИХ ТА НИЗЬКОВИМІРНИХ СТРУКТУР

УДК 539.3: 620.198

### НАБЛИЖЕНИЙ ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ТІЛ З ТОНКИМИ БАГАТОШАРОВИМИ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНИМИ ПОКРИТТЯМИ

**Віктор Шевчук**

*Інститут прикладних проблем механіки і математики  
ім. Я.С. Підстригача НАН України*

[shevchuk@iapmm.lviv.ua](mailto:shevchuk@iapmm.lviv.ua)

У зв'язку з широким використанням на практиці елементів конструкцій з нанесеними захисними покриттями залишається актуальною розробка ефективних підходів до розрахунку напружено-деформованого стану таких систем. При цьому важливо враховувати реальні властивості матеріалу покриття, зокрема неоднорідність та анізотропію, які можуть бути наслідком специфічних особливостей технологічного процесу виготовлення або впливу температурних і фізичних полів.

Для тонких покриттів ефективним є підхід, пов'язаний з моделюванням покриття тонкими оболонками з термомеханічними властивостями покриття. При такому підході вплив покриття на стан тіла описується відповідними узагальненими граничними умовами (УГУ), що дає змогу розв'язувати задачі термомеханіки тіл з тонкими покриттями [3].

Для трансверсально-ізотропних покриттів при побудові таких УГУ механічного спряження необхідно враховувати й поперечні деформації. Для одношарового покриття такі УГУ побудовано в [4]. З іншого боку, у разі багат шарового ізотропного покриття отримано УГУ термомеханічного спряження тіла із середовищем у праці [2].

У цій роботі узагальнено підхід [2] до розв'язування задач теорії термомпружності для тіл з тонкими багат шаровими покриттями для випадку трансверсально-ізотропних властивостей матеріалу покриття.

Виведення УГУ механічного спряження тіла зі середовищем проведено з використанням рівнянь теорії термомпружності тонких оболонок. Сукупність рівнянь механічної рівноваги оболонки покриття, геометричних співвідношень між деформаціями і переміщеннями, конститутивних співвідношень, умов ідеального механічного контакту між тілом і покриттям, умови на межі покриття-середовище замінено УГУ механічного спряження при врахуванні

температурних деформацій у покритті, які пов'язують компоненти тензора напружень і компоненти вектора переміщень на поверхні поділу тіло-покриття із заданим поверхневим навантаженням на межі покриття-середовище.

Для анізотропних покриттів через відмінність між модулями Юнга трансверсально-ізотропного покриття береться до уваги поперечна деформація кожного шару оболонки як додатковий ступінь свободи [1]. Порівняно з випадком ізотропного покриття, додатково враховуються нормальне поперечне зусилля і моменти першого порядку напружень поперечного зсуву, що виникають у покритті.

Після визначення напружено-деформованого стану тіла на основі рівнянь тривимірної теорії термопружності з використанням УГУ можна знайти напружений стан у покритті за допомогою формул відновлення через граничні значення компонентів тензора напружень і вектора переміщень (у випадку відсутності згинних деформацій і кручення поверхні поділу тіло-покриття – тільки напружень).

Отже, визначення термонапруженого стану системи тіло-покриття відбувається у два етапи:

- 1) розв'язування неklasичної крайової задачі термопружності для тіла з використанням УГУ;
- 2) знаходження температурних напружень в покритті за формулами відновлення.

Ефективність запропонованого підходу ілюструється порівнянням результатів, отриманих за його допомогою, з точним розв'язком тестової задачі про термопружний стан суцільного циліндра з керамічним покриттям.

1. *Василенко А.Т.* Основные соотношения некоторых вариантов уточненных моделей оболочек // *Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Емельянов И.Г. и др.* Статика элементов конструкций. – Киев: «А.С.К», 1999. – 379 с. – Механика композитов: В 12 т / Под общ. ред. А.Н. Гузя. – Т. 8. – С. 78–91.
2. *Шевчук В.А.* Расчет температурных напряжений в телах с тонкими многослойными покрытиями // *Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер. Механіка.* – 2011. – Т. 19, № 5. Вип. 15(1). – С. 129–139.
3. *Shevchuk V.A.* Generalized boundary conditions to solving thermal stress problems for bodies with thin coatings // Ed. *R.B. Hetnarski.* Encyclopedia of Thermal Stresses. – Dordrecht Heidelberg New York London: Springer, 2014. – 4. – P. 1942–1953.
4. *Shevchuk V.A., Silberschmid V.V.* Semi-analytical analysis of thermally induced damage in thin ceramic coatings // *Int. J. Solids Struct.* – 2005. – 42, No. 16–17. – P. 4738–4757.

#### **AN APPROXIMATE APPROACH TO SOLVING PROBLEMS OF THE THEORY OF THERMOELASTICITY FOR BODIES WITH THIN MULTILAYER TRANSVERSELY ISOTROPIC COATINGS**

*This paper proposes an effective approach to solving thermoelastic problems for bodies with thin multilayer transversely isotropic coatings, which is based on the modeling of such coatings with thin shells with appropriate geometrico-thermo-mechanical properties of a coating. In such an approach, the influence of thin coatings on the thermomechanical state of a body-coating system is described by special generalized boundary conditions.*