

УДК 539.3

РОЗРАХУНОК ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ СТРУКТУРНО НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ

Євгеній Ірза

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України*

evgen_irza@ukr.net

Запропоновано методику розрахунку термонапруженого стану структурно неоднорідних тіл при тепловому навантаженні, яка передбачає:

- математичну постановку задачі;
- розробку числового алгоритму пошуку розв'язку;
- програмну реалізацію числового алгоритму.

Пропонується класична постановка задач по розрахунку термонапруженого стану структурно неоднорідних тіл при тепловому навантаженні. Спочатку вибираються параметри стану. Для розглядуваних процесів термообробки типовими параметрами, які визначають термонапружений стан конструкції, є такі параметри: t – температура; $\hat{\sigma}$ – тензор напружень; $\hat{\epsilon}$ – тензор деформацій; \vec{u} – вектор переміщень; \vec{p} – вектор-функція силового навантаження; $h(\tau)$ – функція теплового навантаження і т.п. Неоднорідна структура тіла відображається фізико-механічними характеристиками, які є залежними від просторової координати і температури.

Наступним етапом є запис системи рівнянь

$$L_i(\vec{r}, \tau, t, \hat{\sigma}, \hat{\epsilon}, \vec{p}, \vec{u}, h) = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

які пов'язують ці параметри з фізичними і геометричними параметрами тіла, і зовнішніми діями. Тут \vec{r} – незалежна змінна в області Ω , яку займає тіло; τ – час. Через L_i в (1) позначено диференціально-інтегральні оператори по просторових координатах і часу.

Систему рівнянь (1) у загальному випадку можна розглядати як систему нелінійних диференціально-інтегральних рівнянь. Припускається, що початкові й крайові умови враховано в системі (1).

Система рівнянь (1) при заданих теплових навантаженнях h , зовнішній силі \vec{p} і параметрах конструкції повинна бути замкненою і визначати параметри стану, які характеризують термонапружений стан тіла. Відшукан-

ня параметрів стану при заданій функції $h(\tau)$, яка характеризує теплове навантаження, є метою даної роботи.

Оскільки вихідна система диференціально-інтегральних рівнянь є нелінійною і геометрична конфігурація області, яку займає тіло, часто є досить складною, виникає необхідність використання універсальних числових методів для розв'язування даного класу задач. Одним з таких методів є метод зважених залишків в поєднанні з скінченно-елементним підходом [1].

В розглядуваному підході алгоритм розв'язання даних задач методом зважених залишків в поєднанні з методом скінченних елементів включає:

- дискретизацію області скінченними елементами;
- апроксимацію невідомих функцій на елементі розбиття;
- отримання на цій основі системи алгебраїчних рівнянь відносно значень невідомих функцій у вузлах і алгоритм розв'язку цієї системи.

Застосування методу зважених залишків в поєднанні з методом скінченних елементів до системи рівнянь (1) приводить до системи алгебраїчних рівнянь для невідомих $\{U\}$ значень функції у вузлах розбиття. Отриману систему можна записати як

$$[K]\{U\} = \{F\}. \quad (2)$$

Тут: $[K]$ – глобальна матриця жорсткості; $\{F\}$ – вектор навантаження, які мають конкретний вигляд в залежності від порядку диференціально-інтегрального оператора L (при цьому крайові умови враховані в отриманій системі). В загальному випадку система алгебраїчних рівнянь (2) є нелінійною і може бути розв'язана за допомогою відповідного ітераційного методу.

Програмна реалізація алгоритму розрахунку термонапруженого стану полягає у створенні програмної оболонки для персональних комп'ютерів на основі запропонованого числового алгоритму. Основними принципами програмної реалізації запропонованої розрахункової схеми є універсальність і простота в користуванні.

Як приклад, розв'язано задачу знаходження термонапруженого стану у пустотілому циліндрі, виготовленого з структурно неоднорідного матеріалу, який перебуває під дією теплового навантаження. Проведений числовий аналіз отриманих розв'язків.

1. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. Finite element method: Vol 1. The Basis. – London: "Butterworth Heinemann", 2000. – 689 p.

CALCULATION OF THERMAL-STRESSED STATE OF STRUCTURALLY NONHOMOGENEOUS BODIES

A method of calculating the thermal stress state of structurally heterogeneous bodies under thermal load is proposed.