

УДК 539.3

ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕПЛООВОГО СТАНУ ДВОХ ІДЕАЛЬНО КОНТАКТУЮЧИХ ТЕРМОЧУТЛИВИХ ШАРІВ ЗА СКЛАДНОГО ТЕПЛООБМІНУ

Оксана Вовк

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України*

vovk0108@gmail.com

У роботі розв'язано нелінійну задачу теплопровідності для двох ідеально контактуючих термочутливих шарів за складного теплообміну з довікіллям. Для побудови розв'язку використано аналітично-числовий підхід, апробований раніше на аналогічних нестационарних задачах теплопровідності для безмежних та напівбезмежних термочутливих тіл [1, 2]. Особливість підходу полягає у використанні методів послідовних наближень, лінеаризувальних параметрів, інтегрального перетворення Лапласа та його обернення за адаптованою формулою Пруднікова. Задача теплопровідності для шарів є ускладненою врахуванням ще однієї не лінійності, зумовленої додатковою межевою умовою. Таким чином, нелінійними у вихідній задачі є рівняння теплопровідності та дві умови конвективно-променевих теплообмінів з оточуючими середовищами через поверхні шарів. Перевірку достовірності отриманих результатів виконано в часткових випадках, коли на поверхнях шарів задано сталі температури.

Визначимо нестационарні температурні поля t_j двох ідеально контактуючих термочутливих плоско паралельних шарів, через поверхні яких відбувається променево-конвективний теплообмін з середовищами сталих температур t_{c_j} . Урахування таких умов приводить до розв'язування нелінійної задачі теплопровідності

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_t^j(t_j) \frac{\partial t_j}{\partial z} \right) = c_v^j(t_j) \frac{\partial t_j}{\partial \tau}, \quad j = \begin{cases} 1, & 0 < z < z_1; \\ 2, & -z_2 < z < 0; \end{cases} \quad (1)$$

за початкових

$$t_j \Big|_{\tau=0} = t_p, \quad (2)$$

крайових

$$\left\{ \lambda_t(t_1) \frac{\partial t_1}{\partial z} + \alpha_1 (t_1 - t_{c1}) + \sigma \varepsilon_1 (t_1^4 - t_{c1}^4) \right\} \Big|_{z=z_1} = 0, \quad (3)$$

$$\left\{ \lambda_t(t_2) \frac{\partial t_2}{\partial z} + \alpha_2 (t_2 - t_c) + \sigma \varepsilon_2 (t_2^4 - t_{c2}^4) \right\} \Big|_{z=-z_2} = 0 \quad (4)$$

та контактних умов

$$t_1 \Big|_{z=0} = t_2 \Big|_{z=0}, \quad \left[\lambda_t^{(2)}(t_2) \frac{\partial t_2}{\partial z} - \lambda_t^{(1)}(t_1) \frac{\partial t_1}{\partial z} \right]_{z=0} = 0, \quad (5)$$

де α_j – коефіцієнти теплообміну, а ε_j – ступені чорноти поверхонь шарів; $\lambda_t^{(j)}(t_j)$, $c_v^{(j)}(t_j)$ – коефіцієнти теплопровідності та об'ємні теплоємності їх матеріалів відповідно ($j = 1, 2$); σ – стала Стефана–Больцмана.

Запропонований аналітично-числовий підхід передбачає зведення розв'язування вихідної нелінійної задачі (1)–(5) до певного ітераційного процесу, на кожному кроці якого розв'язуємо лінійну крайову задачу теплопровідності з уточненими на попередньому кроці величинами. За початкове наближення беремо розв'язок лінеаризованої задачі за умов конвективних теплообмінів з довкіллям на поверхнях шарів. Зауважимо, що застосування методу послідовних наближень дозволило не накладати обмежень на характер зміни теплових характеристик матеріалів шарів та мінімізувати кількість лінеаризувальних параметрів, а використання адаптованої формули Пруднікова вирішило проблему знаходження оригіналу перетворення Лапласа, яка часто виникає в таких дослідженнях.

На основі отриманих розв'язків досліджено тепловий стан кусково-однорідної структури, яка складається з двох шарів, виготовлених з титанового сплаву та окису цирконію, за різних комбінацій межових умов. Оцінку точності наближеного розв'язку проведено в частковому випадку шляхом порівняння отриманого значення температури на поверхні із заданим за умовою.

1. *Вовк О.М.* Використання числового обернення перетворення Лапласа в задачах теплопровідності контактуючих термочутливих тіл // Прикл. проблеми мех. і мат. – 2017. – Вип. 15. – С. 129–136.
2. *Вовк О.М., Соляр Т.Я.* Термопружний стан контактуючих термочутливих півпростору та шару за складного теплообміну // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2020. – 63, № 3. – С. 113–122.

ANALYSIS OF THE THERMAL STATE OF TWO PERFECTLY CONTACTING THERMOSENSITIVE LAYERS UNDER THE COMPLEX HEAT EXCHANGE

A solution of nonlinear thermal conductivity problem for two perfectly contacting thermo-sensitive layers under radial-convective heat exchange with the environment using the analytical-numerical approach was constructed. The approach is based on the use of methods of successive approximations, linearizing parameters, Laplace integral transformation and its inversion according to Prudnikov's formula.