

УДК 539.3

ВПЛИВ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ТЕРМОМЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ФГМ НА ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ПОРОЖНИСТОЇ КУЛІ

Галина Гарматій, Богдан Калиняк, Мирослав Кутнів

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України*

galynaharmatiy@gmail.com, b-kalynyak@litech.net, kutniv@yahoo.com

Розв'язано незв'язану квазістатичну задачу термопружності для порожнистої кулі з урахуванням залежності від температури і координати термомеханічних характеристик компонент функціонально-градієнтного матеріалу (ФГМ) і змінної в часі температури середовища на поверхнях. Є чимала кількість моделей подання характеристик ФГМ через властивості їх складових. Тут розглянуто вплив температурної залежності характеристик складових матеріалу на розподіл температури і напружень у порожнистій кулі на основі моделей усереднення простої суміші [4] і модифікованої моделі простої суміші [3]. Для даних моделей гомогенізації властивостей вибраного двокомпонентного матеріалу досліджено вплив температурної залежності теплофізичних і механічних характеристик на термонапружений стан кулі.

Оскільки крайова задача теплопровідності для визначення розподілу температурного поля у порожнистій ФГМ кулі за умов конвективного теплообміну є нелінійною, то для її розв'язування використовувалися чисельні методи, а саме метод прямих. У цьому підході процес розв'язування складається з двох частин: просторової дискретизації та чисельного інтегрування по часу. В процесі просторової дискретизації диференціальне рівняння з частинними похідними та крайові умови за допомогою заміни диференціальних співвідношень по радіальній координаті їх різницевиими аналогами перетворюється в систему звичайних диференціальних рівнянь по часовій змінній, яка залишається неперервною. Диференціальний оператор по просторовій змінній має дивергентний вигляд, тому для просторової різницевої апроксимації використано інтегро-інтерполяційний метод [1]. Для чисельного інтегрування задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь застосовувалися формули диференціювання назад від першого до шостого порядків точності, які є $A(\alpha)$ -стійкими [2]. Напружений стан, викликаний температурним полем та силовими навантаженнями, визначено на основі зведення

задач пружності до інтегральних рівнянь методом безпосереднього інтегрування [5].

Дослідження здійснювали в діапазоні температур від 300 К до 600 К з експоненціальним зростом у часі температури на межах кулі, виготовленої з металокерамічного матеріалу. Найбільша різниця між температурними полями, обчисленими для залежних від температури характеристик за різними моделями усереднення, досягається всередині порожнистої кулі в моменти часу до виходу на стаціонарний режим. Аналіз отриманих результатів дослідження показує, що найбільшу різницю між напруженнями, обчисленими при сталій температурі з урахуванням температурної залежності характеристик ФГМ отримано при часах, які відповідають стаціонарному розподілу температури, а також в початкові моменти часу. Вплив температурної залежності характеристик складових ФГМ порівняно з нетермочутливим матеріалом може становити понад 25% для колових напружень. У даних температурних межах термонапруження не досягають значень, які є співмірними з межами міцності кераміки на стиск і розтяг. Впливи температурної залежності складових вибраного ФГМ на термопружний стан порожнистої кулі, обчислені для різних моделей усереднення, суттєво не відрізняються.

1. Самарский А.А. Теория разностных схем. – Москва: Наука, 1989. – 616 с.
2. Hairer E., Wanner G. Solving ordinary differential equations II. Stiff and differential-algebraic problems. – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 1996. – 614 p.
3. Obata Y., Noda N. Steady thermal stresses in a hollow circular cylinder and hollow sphere of a functionally graded material // J. Thermal Stresses. – 1994. – 17. – P. 471–487.
4. Reddy J.N. Thermomechanical behavior of functionally graded materials // Final Report for AFOSR Grant F49620-95-1-0342. CML Report 98-01. – 1998. – 87 p.
5. Tokovyy Yu, Ma C.-C. The direct integration method for elastic analysis of nonhomogeneous solids. – New Castle: Cambridge Scholars Publishing, 2021. – 342 p.

THE INFLUENCE OF THE TEMPERATURE DEPENDENCE OF THERMO-MECHANICAL CHARACTERISTICS OF FGM ON THE THERMO-STRESSED STATE OF A HOLLOW SPHERE

The uncoupled quasi-static problem of thermoelasticity for a hollow sphere was solved, taking into account the temperature dependence of the thermomechanical characteristics of the components of the functional gradient material (FGM). The temperature field has been determined taking into account the complex heat exchange with media of time-varying temperature. The nonlinear non-stationary boundary value problem of thermal conductivity was solved by the numerical method of the lines. The corresponding problem of thermoelasticity was solved by its reduction to integral Fredholm equations of the second kind and replacing the integral with a quadrature formula. For various models of homogenization of the properties of the selected metal-ceramic two-component material the influence of the temperature dependence of thermophysical and mechanical characteristics on the thermostressed state of the hollow sphere has been investigated.