

УДК 539.3

ВИЗНАЧЕННЯ ДВОВИМІРНИХ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ У РАДІАЛЬНО НЕОДНОРІДНИХ ПОРОЖНИСТИХ ЦИЛІНДРАХ

Юрій Токовий

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України*

tokovyy@iapmm.lviv.ua

Домінуюча стратегія вивчення теплової та механічної відповіді багатошарових структур ґрунтується на зведенні до допоміжних крайових задач, сформульованих для кожного шару. Побудовані для кожної такої задачі розв'язки «зшивають» з використанням умов контакту шарів, а для крайніх шарів використовують умови, задані на відповідних поверхнях. Головною перевагою цієї стратегії є фізична «прозорість», а також той факт, що допоміжні задачі, як правило, можуть бути розв'язані класичними методами. Вагомим аргументом проти цієї стратегії є низька ефективність аналізу великої кількості неоднорідних шарів контрастної товщини. Останній випадок краще розглядати за допомогою альтернативної стратегії розв'язування такого класу задач, в рамках якої багатошаровий композит вважається єдиним цілим із кусково-змінними властивостями, що передбачає наявність розривів властивостей матеріалу на межах шарів. Ця обставина робить процес розв'язування менш чутливим до кількості та товщини шарів, позаяк його ефективність безпосередньо залежить від методу розв'язування неklasичних задач для рівнянь з кусково-сталими коефіцієнтами.

У цій роботі розвинуто підхід до розв'язування двовимірних стаціонарних задач теплопровідності для порожнистого циліндра, коефіцієнт теплопровідності якого є гладкою або кусково-змінною функцією радіальної координати за змінного в коловому напрямку температурного навантаження внутрішньої та зовнішньої поверхонь. З використанням методу безпосереднього інтегрування в рамках єдиного підходу сформульовані задачі теплопровідності зведено до розв'язання інтегральних рівнянь Вольтерри другого роду, розв'язки яких побудовано у явному вигляді з використанням методу резольвентного ядра. Проаналізовано ефективність запропонованого підходу для аналізу теплового стану неперервно неоднорідного та багатошарового кільця. Зокрема, для заданих на внутрішній $\rho = k$ та зовнішній $\rho = 1$ поверхнях температур $T(\varphi) = T_0$, $T(\varphi) = T_0(d_0 + d_2 \cos(2\varphi))$, де $\rho = r/R_{\text{out}}$, $k = R_{\text{in}}/R_{\text{out}}$, $R_{\text{in}}, R_{\text{out}}$ – внутрішній та зовнішній радіуси кільця, а r, φ – радіальна та колова координати, T_0 – стала у розмірності температури та d_0, d_2 – безрозмірні параметри, досліджено розподіли температури за коефіцієнта теплопровід-

ності $\lambda(\rho) = \lambda_0 \rho^{\alpha}$, $\lambda_0 = \text{const} [^{\circ}\text{K} / \text{m}^2]$ (рис. 1).

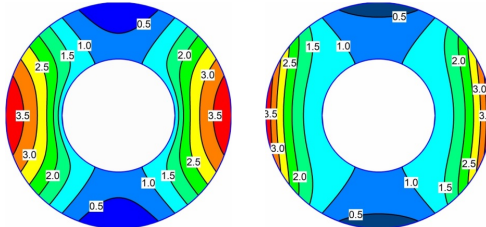


Рис. 1 Розподіл температури у кільці $k = 0.5$ при $\alpha = 3$ (ліворуч) та $\alpha = -3$ (праворуч)

Температуру у циліндрі $\lambda(\rho) = \lambda_0 \{k^{\alpha}$, при $k < \rho < \rho_1$, 1, при $\rho_1 < \rho < 1\}$ за таких же умов та різної товщини шарів наведено на рис. 2.

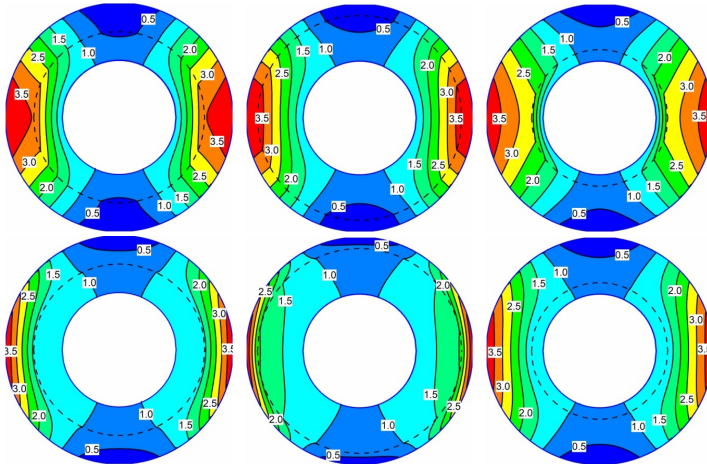


Рис. 2 Розподіл температури у кільці $k = 0.5$ при $\alpha = 3$ (перший рядок) та $\alpha = -3$ (другий рядок), $\rho_1 = 0.75$, $\rho_1 = 0.90$, $\rho_1 = 0.60$ (перша, друга і третя колонки)

Роботу виконано за підтримки українсько-словацького проєкту «Вплив нано-, мікро-, та мезо-неоднорідностей на макрохарактеристики термомеханічної поведінки композитних елементів конструкцій» (№ д. р. 0122U002392).

DETERMINATION OF TWO-DIMENSIONAL THERMAL FIELDS IN RADIALLY INHOMOGENEOUS HOLLOW CYLINDERS

An approach on constructing analytical solutions to two-dimensional heat-conduction problems for radially inhomogeneous hollow cylinders is suggested for the cases when the heat-conduction coefficient can vary within the radial coordinate in a continuous or a discontinuous manner.