

МЕХАНІКА КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ, ТІЛ З ТРИЩИНАМИ ТА ТОНКИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

УДК 539.3

ВЗАЄМОДІЯ ШТАМПІВ ПЕРІОДИЧНОЇ СТРУКТУРИ З ПРУЖНОЮ ОСНОВОЮ З ДВОМА КОЕФІЦІЄНТАМИ ПОСТЕЛІ

Олександр Максимук, Іван Васильків,
Володимир Широков, Юрій Сачук

*Львівський національний університет імені Івана Франка,
Українська академія друкарства,
Луцький національний технічний університет*

ov.maksymuk@gmail.com, ivanvasylkiv@ukr.net,
vvshyrovov@gmail.com, sachykyra@gmail.com

Взаємодія мікроступів, величини фактичної та номінальної області контакту під час фрикційної взаємодії шорстких поверхонь є головними характеристиками при розрахунках надійності роботи фрикційних пар вузлів машин і механізмів. Контактна задача про взаємодію системи періодичних штампів із пружною основою, яка описується математичною моделлю з двома коефіцієнтами постелі [3, 4], дала змогу звести задачу до інтегральних рівнянь Фредгольма першого роду, які мають аналітичні розв'язки, та отримати інженерні формули для різних форм штампів – виступів.

Розглянемо задачу про дію на пружну основу періодичної (з періодом ℓ) системи зосереджених сил P (рис. 1).

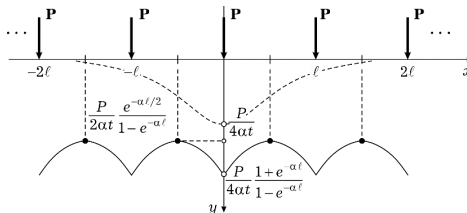


Рис. 1

За алгоритмом, запропонованим у працях [1, 3, 5] до розв'язку періодичних задач, у тому числі для тріщин і включень, враховуючи періодичність, виконаємо підсумовування для елементарного переміщення поверхні шару:

$$\begin{aligned} dV(x) &= \frac{P}{4\alpha t} \left(\dots + e^{-\alpha|x-n\ell|} + \dots + e^{-\alpha|x-2\ell|} + e^{-\alpha|x-\ell|} + \right. \\ &\quad \left. + e^{-\alpha|x|} + e^{-\alpha|x+\ell|} + e^{-\alpha|x+2\ell|} + \dots + e^{-\alpha|x+n\ell|} + \dots \right) dt = \\ &= \frac{P}{4\alpha t} \left(e^{\alpha|x|} \frac{e^{-\alpha\ell}}{1-e^{-\alpha\ell}} + \frac{e^{-\alpha|x|}}{1-e^{-\alpha\ell}} \right) dt = \frac{P}{4\alpha t} \mathcal{K}_\ell(x) dt. \end{aligned} \quad (1)$$

Інтегральне рівняння для визначення контактної тиску у випадку дії періодичної системи штампів має вигляд (прирівнюємо прогини в області контакту) [2, 3]:

$$\delta_l - f(x) = C \int_{-a}^a P(\xi) \mathcal{K}_l(x, \xi) d\xi, \quad |x| \leq a, \quad (2)$$

розв'язок якого для довільної форми штампа такий:

$$p(x) = \frac{\alpha}{2C} \left(\delta_l - f(x) + \frac{1}{\alpha^2} f''(x) \right), \quad \delta_l = f(a) + \frac{f'(a)}{\alpha} \psi(a, l). \quad (3)$$

Позначення тут такі самі, як у роботі [3]. Тоді для контактної тиску для параболічних виступів отримуємо формули [3]:

$$\begin{aligned} p(x) &= \frac{\alpha}{2RC} \left(\frac{a^2}{2} + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{a}{\alpha} \psi(a, \ell) - \frac{x^2}{2} \right), \quad \delta = \frac{1}{R} \left(\frac{a^2}{2} + \frac{a}{\alpha} \psi(a, \ell) \right), \\ \psi(a, \ell) &= \frac{e^{-\alpha a} + e^{\alpha a} e^{-\alpha \ell}}{e^{-\alpha a} - e^{\alpha a} e^{-\alpha \ell}}, \quad P = \frac{\alpha a}{CR} \left(\frac{2}{3} a^2 + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{a}{\alpha} \psi(a, \ell) \right). \end{aligned}$$

Урахування шорсткості (мікроструктури) контактуючих поверхонь є важливим завданням при визначенні контактної жорсткості, фактичної і номінальної областей контакту тіл, взаємодії мікрОВиступів тощо. Ці проблеми, як правило, вирішують шляхом розв'язування контактних задач із періодичною структурою поверхонь. Більшість таких досліджень проведено для пружної півплощини (плоска задача) або півпростору [4, 6]. Але застосування цих моделей веде до значних математичних труднощів при отриманні аналітичних розв'язків. У статті побудовано ядро інтегрального рівняння для періодичної задачі про взаємодію системи параболічних штампів із пружною осно-

вою. Особливості ядра інтегрального рівняння Фредгольма першого роду, отриманого в роботі, відображають специфіку пружної основи з двома коефіцієнтами постелі і дають змогу отримати аналітичний розв'язок для штампів довільної форми. Виконано числовий аналіз результатів за параметрами задачі та проведено їх верифікацію через порівняння з відповідними результатами, отриманими для пружної півплощини.

1. *Кит Г.С., Кривцун М.Г.* Плоские задачи термоупругости для тел с трещинами. – Киев: Наук. думка, 1983. – 280 с.
2. *Максимук О.В., Сачук Ю.В., Яцюк С.М.* Плоскі контактні задачі для пружної основи з двома коефіцієнтами постелі // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2020. – **63**, № 3. – С. 130–135.
3. *Максимук О.В., Васильків І.М., Сачук Ю.В.* Періодична контактна задача для пружної основи з двома коефіцієнтами постелі // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2021. – **64**, № 4. – С. 117–123.
4. *Johnson K.L.* Contact mechanics. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1985. – 452 p.
5. *Grilitskii D.V., Sulim G.T.* Periodic problem for an elastic plane with thin-walled inclusions // *J. Appl. Math. Mech.* – 1975. – **39**, No. 3. – P. 494–503.
6. *Сачук Ю.В., Максимук О.В.* Аналіз напружено-деформованого стану у тілі під дією різних за формою жорстких штампів // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2014. – **57**, № 4. – С. 162–167.

INTERACTION OF STAMPS OF A PERIODIC STRUCTURE WITH AN ELASTIC BASE WITH TWO COEFFICIENTS

The plane contact problems are considered for stamps of a canonical shape at their interaction with an elastic basis with two coefficients of a foundation. The problem is reduced to solving Fredholm integral equations of the first kind. An analytical solution for canonical stamps is obtained. The contact pressure of the stamp, the contact area depending on the load of the contact couples, the shape of the stamps are analyzed numerically, as well as a comparison of similar problems with the elastic half-plane.