

УДК 593.3

СПОСІБ ПОБУДОВИ СИНГУЛЯРНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З ЯДРОМ КОШІ ДЛЯ З'ЯСУВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КЛИНОВОЇ СИСТЕМИ ЗА АНТИПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

Микола Махоркін

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України*

mahorkin@ukr.net

При оцінці надійності та довговічності устаткування окрему увагу слід приділити не тільки технології виготовлення і умовам експлуатації, а й конструктивним параметрам окремих деталей. За такі параметри можна прийняти профіль деталей, матеріал, з якого їх виготовили, наявність гострокінцевих включень чи вирізів або особливості межі поділу матеріалів у композитних деталях. Для врахування їх впливу є необхідними повні, об'єктивні та достовірні дані про процеси руйнування, а саме про зародження тріщин та з'ясування подальшого напрямку їх розвитку. Ці дані можна отримати не лише у результаті коштовних експериментів з руйнування зразків, але й за допомогою математичного моделювання фізико-механічних полів всередині об'єкта досліджень.

Особливу увагу приділяють вивченню поля напружень в околі т. зв. концентраторів напружень, де, як правило, відбувається руйнування конструкції. Такими концентраторами можуть виступати з'єднання двох чи більше матеріалів, вихід на цю межу тонких дефектів, кінці тонких неоднорідностей всередині матеріалу тощо. Вивчення напруженого стану в околі точок, де виникає концентрація напружень, здійснюють за допомогою модельних задач, а саме клинових структур з радіальними дефектами чи без них, що призводить до необхідності розв'язувати системи сингулярних інтегральних рівнянь [1]. Через складний вигляд їх ядер це зазвичай становить певні труднощі і є окремою математичною задачею.

Запропоновано підхід до зведення інтегральних рівнянь, отриманих у результаті вивчення напружено-деформованого стану багатоклинової системи з радіальними тріщинами, до сингулярних інтегральних рівнянь з ядром типу Коші. Даний підхід ґрунтується на властивості періодичності побудованих за допомогою формулювання узагальненої задачі спряження ядер СІР [2] та застосуванні теореми про лишки. У результаті отримано зручну аналітичну формулу для побудови ядра типу Коші у випадку довільної кількості еле-

ментів багатоклинової системи.

Запропонований підхід застосовано для побудови ядра типу Коші для СІР, отриманого у випадку антиплоскої деформації двоклинової системи з навантаженою міжфазною тріщиною [2] (рис. 1). Обчислено і подано у вигляді таблиці значення величин, необхідних для побудови цього рівняння при різних значеннях геометричних характеристик системи. Для окремих співвідношень кутів розхилу клинів записано аналітичні вирази для обчислення полюсів відповідної підінтегральної функції. З'ясовано, що на такі величини як період полюсів T та їх кількість в межах

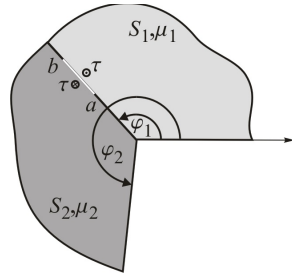


Рис. 1

одного періоду $p_l \in (0; T]$ механічні характеристики системи не впливають. Використавши метод механічних квадратур отримано розв'язки даного СІР та, на їх підставі обчислено коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) поблизу кінців міжфазної тріщини. У часткових випадках здійснено порівняння отриманих значень КІН з відомими у літературі [1].

Достовірність отриманих результатів забезпечена строгістю математичного апарату та збігом у частковому випадку отриманого рівняння з відомими в літературі рівняннями. Також слід окремо зазначити, що викладки, подані у статті для випадку двох клинів, справедливі і для більшої кількості елементів системи. Відтак, можна стверджувати, що запропонований підхід успішно використовуватиметься і для побудови відповідного СІР з ядром Коші та подальшого з'ясування напружено-деформованого стану складеної з довільної кількості клинів багатоклинової системи.

1. Savruk M., Kazberuk A. Stress concentration at notches. – Cham, Springer, 2016. – 498 p.
2. Махоркін М., Махоркіна Т., Пукач П. Математичне моделювання напружено-деформованого стану композитних клиноподібних елементів конструкцій // Вісник Львівського національного аграрного університету: агроінженерні дослідження. – 2021. – 24. – С. 121–130.

AN APPROACH FOR DERIVATING A SINGULAR INTEGRAL EQUATION WITH A CAUCHY KERNEL REGARDING ANALYSIS OF THE STRESS-STRAIN STATE OF A WEDGE SYSTEM UNDER ANTIPLANE DEFORMATION

An analytical approach to the construction of a singular integral equation (SIE) with a Cauchy kernel is proposed, which makes it possible to clarify the stress-strain state of the multi-wedge system with loaded radial cracks. This approach is based on the use of the theory of residues and the clarification of the solutions periodicity of the multi-wedge system characteristic equation. It is illustrated in the example of the construction of an SIE with a Cauchy kernel for a two-wedge system with a loaded interfacial crack under the conditions of antiplane deformation. For particular cases of geometric and mechanical parameters of the two-wedge system, the values necessary for constructing such an equation are calculated.