

УДК 539.3

## ВИЗНАЧЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ХВИЛЬОВОГО ПОЛЯ У СКІНЧЕННОМУ ЦИЛІНДРІ МЕТОДОМ МОДИФІКОВАНИХ СКІНЧЕННИХ РІЗНИЦЬ ЗА ЧАСОМ

**Олександр Демидов, Всеволод Попов**

*Національний університет «Одеська морська академія»*

alexandr.v.demidov@gmail.com, dr.vg.popov@gmail.com

Розглядається пружний ізотропний циліндр висо-  
тою  $a$  і радіусом  $r_0$  (Рис. 1). Нижня основа циліндра  
( $z = 0$ ) є жорстко закріпленою, а нормально до верх-  
ньої основи ( $z = a$ ) прикладено змінну в часі розпо-  
ділену силу  $P(r, t)$ . На бічній поверхні виконуються  
умови ковзного контакту. За таких умов циліндр знахо-  
диться у стані вісесиметричної деформації. Кутове пе-  
реміщення дорівнює нулю,  $u_\theta(\eta, \zeta, \tau) = 0$ , а радіальне  
 $u_\eta(\eta, \zeta, \tau)$  та осьове  $u_\zeta(\eta, \zeta, \tau)$  є розв'язками початко-  
во-крайової задачі для рівняння руху Ламе в безрозмірних координатах:

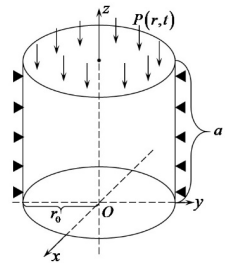


Рис. 1

$$\mu \left( \Delta u_\eta - \frac{u_\eta}{\eta^2} \right) + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta u_\eta) + \frac{\partial u_\zeta}{\partial \zeta} \right) = \rho \frac{\partial^2 u_\eta}{\partial \tau^2};$$

$$\mu \Delta u_\zeta + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta u_\eta) + \frac{\partial u_\zeta}{\partial \zeta} \right) = \rho \frac{\partial^2 u_\zeta}{\partial \tau^2}, \quad (1)$$

$$0 < \eta < 1, \quad 0 < \zeta < 1, \quad \tau \in (0; +\infty),$$

$$u_\eta(\eta, 0, \tau) = 0; \quad u_\zeta(\eta, 0, \tau) = 0; \quad \sigma_{\zeta\zeta}(\eta, 1, \tau) = P(\eta, \tau), \quad \tau_{\eta\zeta}(\eta, 1, \tau) = 0,$$

$$u_\eta(1, \zeta, \tau) = 0; \quad \frac{\partial u_\zeta}{\partial \eta}(1, \zeta, \tau) = 0, \quad 0 \leq \eta < 1, \quad 0 \leq \zeta < 1, \quad \tau \in (0; +\infty), \quad (2)$$

де  $\rho$  – густина матеріалу,  $\mu, \lambda$  – коефіцієнти Ламе,  $u_\eta = u_r / r_0$ ,  $u_\zeta = u_z / r_0$ ,  
 $\eta = r / r_0$ ,  $\zeta = z / r_0$ ,  $\tau = c_2 t / r_0$ ,  $\sigma_{\zeta\zeta} = \sigma_{zz} / \mu$ ,  $\tau_{\eta\zeta} = \tau_{rz} / \mu$ .

До початково-крайової задачі (1), (2) застосовано метод, який ґрунтується на різницевій апроксимації похідних за часом [1].

Розраховано осьові переміщення на верхньому торці  $u_\eta(0,1)$  і нормальні напруження на нижньому торці  $\sigma_{\zeta\zeta}(0,0)$  циліндра за дії навантаження, розподіленого за законом  $P(\eta, \tau) = (1 - \eta^2)f(\tau)$ , з коефіцієнтом Пуассона  $\nu = 0.25$ . Результати обчислень наведено на рис. 2, 3, де криві показують залежність переміщень та напружень від безрозмірного часу при різних значеннях  $\tau_0$  – часу, за який навантаження досягає максимуму. Криві 1, 2 і 3 відповідають значенням  $\tau_0 = 0; 1; 1/\sqrt{3}$ .

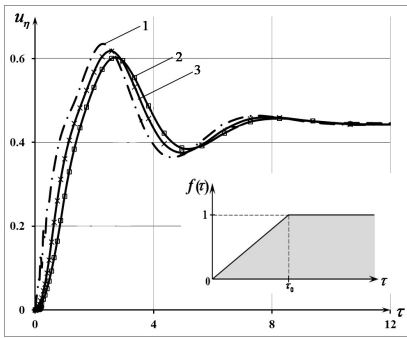


Рис. 2 Осьові переміщення

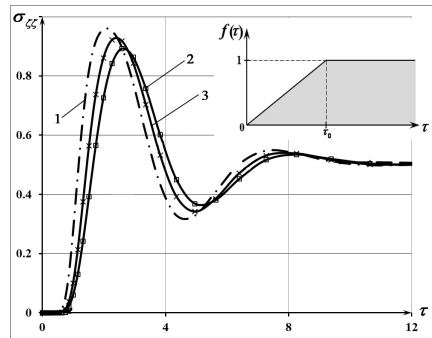


Рис. 3 Нормальні напруження

Графіки на рис. 2–3 демонструють, що максимум значення осьового переміщення на верхньому торці циліндра та нормального напруження на нижньому його торці спостерігається під час перехідного процесу, і цей максимум перевищує їх значення в усталеному режимі. А отже, руйнування, найімовірніше буде мати місце саме під час перехідного процесу.

1. Savruk M.P. New method for the solution of dynamic problems of the theory of elasticity and fracture mechanics // Materials Science. – 2003. – 39, No. 4. – P. 465–471.

#### DETERMINING OF NON-STATIONARY WAVE FIELD IN A FINITE CYLINDER USING THE MODIFIED FINITE DIFFERENCE METHOD

*A mathematical model is suggested to describe non-stationary wave fields in an isotropic elastic cylinder of finite length under the influence of a time-dependent load. The investigation aims to explore the impact of the rate of load growth on the wave fields of displacement and stress that occur within the cylinder.*