

УДК 539.3

КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ШТАМПА ОСЕСИМЕТРИЧНОЇ ФОРМИ З ПІВПРОСТОРОМ ЗА ВРАХУВАННЯ ЗНОШУВАННЯ

Ольга Соляр

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України*

solyarolya@gmail.com

Розглядається контактна взаємодія пружного півпростору з жорстким штампом осесиметричної форми, який обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю ω . Внаслідок дії на штамп напрямленої уздовж осі обертання сили між ним і півпростором виникають сили тертя, протилежні до напрямку обертання, що призводить до залежного від контактних напружень зношування під штампом. Рівняння основи штампа до втискання має вигляд $z = g_0(r)$, $g_0(0) = 0$. Вважаємо, що штамп втискається на фіксовану величину $w_0 < 0$, а сила тертя дорівнює добутку нормального тиску на коефіцієнт тертя. Тоді у зоні контакту $\tau_{z0} = \mu \sigma_z$. Швидкість зношування штампа визначається як [1] $|\partial g(r,t)/\partial t| = \lambda \omega r |\tau_{z0}| = \lambda \omega r \mu p(r,t)$, $\tau_{z0} = \mu p$, де λ – коефіцієнт пропорційності між величиною роботи сил тертя і кількістю видаленого матеріалу, що визначається експериментально, μ – коефіцієнт тертя. За час Δt форма штампа зміниться на величину $\Delta g = \Delta \tau q / E$, $q = pr$, E – модуль Юнга півпростору, $\tau = \lambda E \omega \mu t$ – безрозмірна часова змінна. У процесі зношування форма штампа змінюється і має вигляд $z = g(r, \tau)$, $g(r, 0) = g_0(r)$. Область контакту є наперед невідомою.

При визначенні напружено-деформованого стану маємо межові умови на площадці контакту S , при $z = 0$: $w = g(r, \tau) + w_0$, $\tau_{z0} = \mu p$, $\tau_{rz} = 0$, а поза нею на вільній поверхні: $\sigma_z = 0$; $\tau_{z0} = 0$; $\tau_{rz} = 0$. Рівняння для визначення

контактних напружень є таким [1]:
$$\int_{a_0}^{b_0} \sigma_z(\rho) \rho F(r, \rho) d\rho = W(r), \text{ при } \sigma_z \leq 0,$$

$a_0 < r < b_0$, де $[a_0, b_0]$ – область контакту, $W(r) = \pi E (w_0 + g(r, \tau)) / (1 - \nu^2)$, $F(r, \rho) = 4K(4r\rho / (r + \rho)^2) / (r + \rho)$, ν – коефіцієнт Пуассона, $K(x)$ – еліптичний інтеграл першого роду.

Умови контакту можуть бути записані при $a < r < b$ у вигляді альтернативних рівнянь-нерівностей Сінйоріні [2]:

$$\int_a^b q(\rho)F(r,\rho)d\rho = -W(r), \quad q > 0, \quad \int_a^b q(\rho)F(r,\rho)d\rho \geq -W(r), \quad q = 0, \quad (1)$$

де $q(\rho) = \rho p(\rho)$, $p(\rho) = -\sigma_z(\rho)$, a, b – наперед невідомі величини, причому $[a, b]$ містить область контакту. Інтегральні рівняння-нерівності Сіньоріні з використанням квадратурних формул для інтегралів з особливостями зведено до системи лінійних алгебричних рівнянь-нерівностей, розв’язування яких зведено до знаходження мінімуму квадратичної форми за лінійних обмежень на невідомі контактні напруження. Контактний тиск визначали із умови міні-

муму величини $J = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N A_{nm} q_m q_n + \sum_{m=0}^N W_n q_n$ при виконанні рівнянь-нерів-

ностей вигляду $\sum_{m=0}^N A_{nm} q_m < -W_n$, $q_n \geq 0$, $n = 0, \dots, N$. Зауважимо, що J є до-

датною і на розв’язку рівнянь-нерівностей (1) дорівнює нулю. Розв’язок контактної задачі зі зношуванням знаходимо за зміною часової координати. Введемо в розгляд моменти часу $\tau_0 = 0$, $\tau_k = \tau_{k-1} + \Delta_k$, де Δ_k – малі прирости часової координати. Тоді форму штампа в наступний момент часу знаходимо за формулою $g(\tau_k, r) = g(\tau_{k-1}, r) + \Delta_k q(\tau_{k-1}, r)$, $k = 1, \dots$.

Визначено та досліджено нормальні контактні напруження та зношування поверхні гладких штампів різних форм за різних заглиблень. Розглянуто штампи з гладкою основою, форма якої на ділянці малих розмірів має локальні виступи. Виявлено, що внаслідок зношування локальних нерівностей контактні напруження розподіляються як у гладкому штампі. В усіх розглянутих випадках форма основи штампа в його центральній частині після зношування (при достатньо великих часах) виявилася конусоподібною.

1. Галин Л.А. Контактные задачи упругости и вязкоупругости. – Москва: Наука, 1980. – 304 с.
2. Signorini A. Questioni di elasticita non linearizzata e semilinearizzata // Rend. di Matem. e delle sue appl. – 1959. – **18**, № 1–2. – P. 95–139.

CONTACT INTERACTION OF AN AXISYMMETRIC STAMP WITH A HALF-SPACE INCLUDING WEAR

A numerical algorithm for solving the axisymmetric problem of the theory of elasticity about pressing a stamp into a half-space due to wear caused by the action of frictional forces is presented. The contact problem is formulated in the form of Signorini's integral equations-inequalities, which, using quadrature formulas for singular integrals, are transformed into a system of linear algebraic equations-inequalities. Solving the system is reduced to finding the minimum of the quadratic form under linear constraints on the unknown contact stresses. The wear process was investigated by the method of steps along the time coordinate, in which the contact area and the stress distribution in it were found numerically. Using the developed algorithm, the axisymmetric problem of the interaction of an elastic half-space with a stamp having local irregularities is also considered.