

УДК 539.3

ВПЛИВ НАТЯГУ ПОВЕРХОНЬ НА РОЗКРИТТЯ КРУГОВОЇ ТРІЩИНИ ТА НАПРУЖЕННЯ В ЇЇ ОКОЛІ

Віктор Михаськів, Іванна Бутрак

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України*

mykhaskiv@gmail.com, butrak@ukr.net

На нанорівні поверхнева енергія є одним із ключових факторів механічної поведінки структурованих пружних тіл, розгляд якої у рамках континуального підходу передбачає матеріалізацію та наділення внутрішніх і міжфазних поверхонь власною пружністю та/або залишковим натягом [1]. Залучення мембранної моделі Гуртіна–Мердока для таких поверхонь [2] уможливило аналіз відповідних задач з нанорозмірними тріщинами методом граничних інтегральних рівнянь [3], ефективність якого визначається способом урахування сингулярностей у ядрах рівнянь.

Нехай у безмежному ізотропному пружному тілі (μ та ν – його модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона) у площині x_1Ox_2 розташовано плоску кругову тріщину S з радіусом a . Силовий вплив на тіло з тріщиною задається самозрівноваженими нормальними зусиллями $p(\mathbf{x})$ на протилежних поверхнях дефекту та залишковим поверхневим натягом τ_s цих поверхонь. Тоді на основі мембранної моделі зв'язок між неперервними нормальними напруженнями $\sigma_{33}(\mathbf{x})$ та стрибком нормальних переміщень $\Delta u_3(\mathbf{x})$ в області S тріщини буде:

$$\sigma_{33}(\mathbf{x}) = -p(\mathbf{x}) + \frac{\tau_s}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) \Delta u_3(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in S. \quad (1)$$

Задоволенням крайової умови (1) інтегральними поданнями напружень задача зведена до такого граничного інтегро-диференціального рівняння

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) \left[\frac{\tau_s}{2} \Delta u_3(\mathbf{x}) + \frac{\mu}{4\pi(1-\nu)} \iint_S \frac{\Delta u_3(\mathbf{y})}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} dS_y \right] = p(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in S. \quad (2)$$

Для розв'язання рівняння (2) використано його трансформація в слабо-сингулярне інтегральне рівняння другого роду шляхом аналітичного обернення лапласіана з точністю до гармонічної функції з подальшим її однознач-

ним визначенням через врахування умови змикання поверхонь тріщини на її фронті L , тобто $\Delta u_3(\mathbf{x}) = 0$, $\mathbf{x} \in L$. Побудову дискретного аналога рівняння здійснено методом колокацій у внутрішніх і фронтальних вузлових точках покритої граничними елементами області S з кусково-постійною апроксимацією розв'язку $\Delta u_3(\mathbf{x})$.

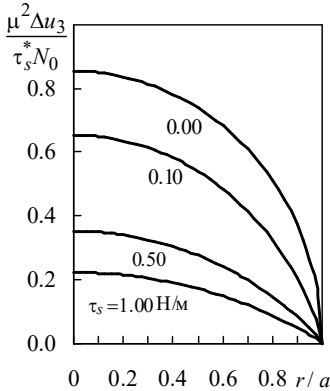


Рис. 1

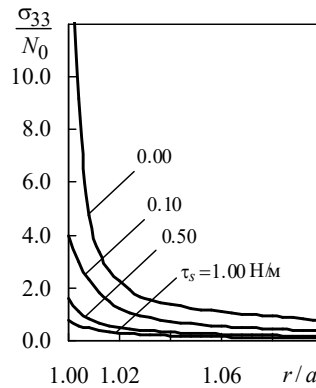


Рис. 2

Числові результати стосуються радіальних залежностей нормованих розкриття тріщини (рис. 1) та нормального напруження у її околі (рис. 2) при $p(\mathbf{x}) = N_0 = \text{const}$, $\nu = 0.33$, $\mu = 40.2262 \text{ ГПа}$, $\tau_s^* = 0.6056 \text{ Н/м}$, $a = \tau_s^* / \mu = 0.01506 \text{ нм}$.

1. Kushch V.I., Shmegeera S.V., Mykhas'kiv V.V. Multiple spheroidal cavities with surface stress as a model of nanoporous solid // Int. J. Sol. Struct. – 2018. – 152-153. – P. 261–271.
2. Gurtin M.E., Murdoch A.I. A continuum theory of elastic materials surfaces // Arch. Ration Mech. Anal. – 1975. – 57. – P. 291–323.
3. Nguyen T.B., Rungamornrat J., Senjuntichai T., Wijeyewickrema A.C. FEM-SGBEM coupling for modeling of mode-I planar cracks in three-dimensional elastic media with residual surface tension effects // Eng. Anal. Bound. Elements. – 2015. – 55. – P. 40–51.

INFLUENCE OF SURFACES TENSION ON OPENING OF CIRCULAR CRACK AND STRESSES IN ITS VICINITY

The symmetric elastostatic problem for a 3D infinite solid with a circular crack accounting for the residual tension of its surfaces is solved by the boundary integral equation method. Numerical results concerning the crack opening displacements and stresses in the crack vicinity are presented and discussed to show the surface tension effects.