УДК 539.3

НАПРУЖЕНИЙ СТАН В ПІВПРОСТОРІ З ДВОЛАНКОВОЮ КРАЙОВОЮ ТРІЩИНОЮ ПРИ КОЛИВАННЯХ ПОЗДОВЖНЬОГО ЗСУВУ

Всеволод Попов, Ольга Кирилова

Національний університет «Одеська морська академія»

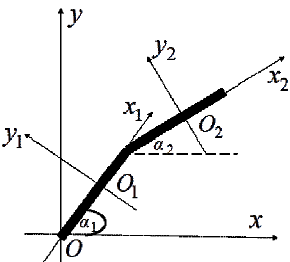

Рис. 1

Розглядається пружний ізотропний півпростір $y \ge 0$, $-\infty < x < \infty$, $-\infty < z < \infty$ з крайовою тріщиною, яка в площині Oxy займає відрізки довжини $2d_1$ і $2d_2$, зображені на рис. 1. Ланки тріщини знаходяться під дією зсувного вздовж осі Oz гармонічного навантаження $P_k e^{-i\omega t}$. Поверхня півпростору є незавантаженою:

$$\tau_{yz}(x,0) = 0, \quad -\infty < x < \infty. \qquad (1)$$

За таких умов відмінною від нуля є лише z-компонента вектора переміщень $w(x,y)$, яка задовольняє рівняння Гельмгольца. З ланками тріщин пов'язуються локальні системи координат $O_k x_k y_k$, $k = 1,2$ (рис. 1). Якщо $w_k(x_k, y_k)$ є переміщення $w(x,y)$ після переходу до системи $O_k x_k y_k$, то мають виконуватися рівності

$$\tau_{y_k z}\left(x_k, 0\right) = G\,\partial w_k\left(x_k, 0\right)/\partial y_k = P_k, \quad -d_k < x < d_k,\ k = 1,2.$$

Далі будуються розривні розв'язки рівняння Гельмгольца $w_k^d\left(x_k, y_k\right)$ [2] зі стрибками переміщень $\chi_k(x_k)$ на ланках тріщин. Позначимо $w_k^g(x,y)$, $k = 1,2$, ці розривні розв'язки після переходу до системи координат Oxy. Далі розв'язок задачі шукаємо у вигляді $w(x,y) = w_1^g(x,y) + w_2^g(x,y) + w^h(x,y)$, де $w^h(x,y)$ – невідома функція, яка має задовольняти рівняння Гельмгольца та забезпечити виконання граничної умови (1). Після побудови цієї функції отримана система сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь відносно невідомих стрибків:

http://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/me03_17.pdf

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}\varphi_1'(\tau)\left[\frac{1}{\tau-\varsigma}-\frac{(\tau+1)\cos 2\alpha_1-(1+\varsigma)}{p_1(\tau,\varsigma)}\right]d\tau+\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}\varphi_2'(\tau)g_{12}(\tau,\varsigma)d\tau+$$

$$+\frac{\kappa_0^2\gamma_1^2}{2\pi}\int_{-1}^{1}\varphi_1(\tau)\ln|\tau-\varsigma|d\tau+\sum_{l=1}^{2}\frac{1}{2\pi}\left(\int_{-1}^{1}\varphi_l'(\tau)U_{1l}(\tau,\varsigma)d\tau+\int_{-1}^{1}\varphi_l(\tau)Q_{1l}(\tau,\varsigma)d\tau\right)+$$

$$+\frac{\varphi_1(-1)}{2\pi}U_{11}^{-}(\varsigma)+\frac{\varphi_2(-1)}{2\pi}\frac{\gamma_2\left(2\cos 2\alpha_1-(1+\varsigma)\right)}{\gamma_1 p_1(1,\varsigma)}=P_{01}; \qquad (2)$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}\varphi_1'(\tau)g_{21}(\tau,\varsigma)d\tau+\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{1}\varphi_2'(\tau)\frac{d\tau}{\tau-\varsigma}+\frac{\kappa_0^2\gamma_k^2}{2\pi}\int_{-1}^{1}\varphi_2(\tau)\ln|\tau-\varsigma|d\tau+$$

$$+\sum_{l=1}^{2}\frac{1}{2\pi}\left(\int_{-1}^{1}\varphi_l'(\tau)V_{2l}(\tau,\varsigma)d\tau+\int_{-1}^{1}\varphi_l(\tau)Q_{2l}(\tau,\varsigma)d\tau\right)+\frac{\varphi_1(-1)}{2\pi}V_{21}^{-}(\varsigma)=P_{02}.$$

В системі (2) введено позначення: $\alpha_{kl}=\alpha_k-\alpha_l$, $\gamma_k=d_k/d$, $d=\max(d_1,d_2)$, $d_k\varphi_k(\tau)=\chi_k(d_k\tau)$, $p_1(\tau,\varsigma)=(1+\tau)^2+(1+\zeta)^2-2(1+\tau)(1+\zeta)\cos 2\alpha_1$,

$$g_{kl}(\tau,\varsigma)=\frac{\gamma_l(\gamma_l(1+(-1)^l\tau)\cos\alpha_{kl}+\gamma_k(1+(-1)^k\varsigma))}{\gamma_l^2(1+(-1)^l\tau)^2+\gamma_k^2(1+(-1)^k\zeta)^2+2\gamma_k\gamma_l(1+(-1)^l\tau)(1+(-1)^l\varsigma)\cos\alpha_{kl}}.$$

Функції $V_{kl}(\tau,\varsigma)$, $Q_{kl}(\tau,\varsigma)$ є неперервними при $-1\le\tau,\varsigma\le 1$.

Як і в [1, 2], наближені розв’язки системи (2) отримуються числовим методом. Оцінка напруженого стану і прогнозування поширення тріщин здійснюється за значеннями коефіцієнта інтенсивності напружень, для якого отримано наближену формулу.

1. *Popov V.G.* Harmonic vibration of a half-space with a surface-breaking crack under condition of out-of-plane deformation // Mechanics of Solids. – 2013. – **48**, No. 2. – P. 194–202.
2. *Popov V.G.* Two cracks emerging from a single point under the influence of a longitudinal shear wave // Mechanics of Solids. – 2018. – **53**, No. 2. – P. 195–202.

STRESS STATE OF A HALF-SPACE WITH A TWO-LINK CRACK UNDER OSCILLATIONS OF LONGITUDINAL SHEAR

A problem on determining stresses in an elastic half-space with a two-link edge crack under harmonic oscillations of the longitudinal shear was solved. The original problem was reduced to a system of two singular integro-differential equations. This system was solved numerically by a method that takes into peculiarity the features of the solution and is based on the use of special quadrature formulas for singular integrals.