

УДК 539.3

ЗГИН КРУГЛОЇ ПЛАСТИНИ З СИСТЕМОЮ ТРІЩИН З УРАХУВАННЯМ СМУГОВОГО КОНТАКТУ ЇХНІХ БЕРЕГІВ

Микола Слободян, Леся Куротчин

Львівський національний університет імені Івана Франка,
Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України

mykola.slobodyan@lnu.edu.ua, klesi@i.ua

У роботі розглянуто круглу ізотропну пластину завтовшки $2h$ із системою M довільно орієнтованих наскрізних прямолінійних тріщин довжиною $2l_k$ ($k = \overline{1, M}$).

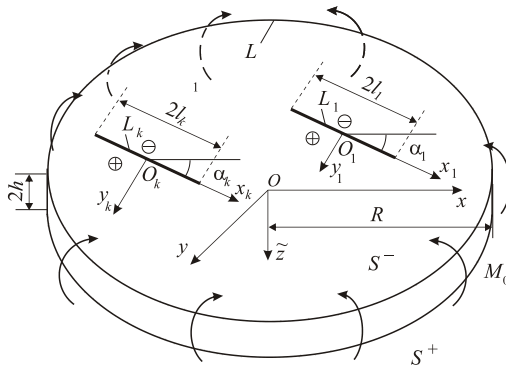


Рис. 1

Розмістимо декартову систему координат $Ox_1y_1z_1$ у серединній площині пластини, так що початок координат співпадає з центром пластини, а вісь Oz_1 була перпендикулярна до неї. Виберемо у площині Ox_1y_1 полярну систему координат r і θ таким чином, щоб точка O була її полюсом, а Ox_1 – полярною віссю. Нехай (x_{0k}, y_{0k}) – координати центрів тріщин у площині Ox_1y_1 , а α_k – кут нахилу лінії k -тої тріщини до осі Ox_1 ($k = \overline{1, M}$). Введемо декартову систему координат $O_kx_ky_k$ з центром O_k у точці z_{0k} ($z_{0k} = x_{0k} + iy_{0k}$), так щоб вісь O_kx_k збігалася з лінією k -тої тріщини. Пластина згинається рівномірно

розподіленими моментами M_0 , прикладеними до її межі. Позначимо через S^+ область ззовні пластини, через S^- – всередині, через L_k – лінію, де розміщена k -та тріщина, через L – границю пластини (див. рис. 1).

Припустимо, що при заданому навантаженні береги тріщин будуть контактувати по області сталої ширини (смуговий контакт) на верхній основі пластини по всій довжині тріщин. Тому розв'язок задачі будемо шукати у вигляді розв'язків двох взаємопов'язаних задач: задачі згину пластини, використовуючи теорію Кірхгофа-Лява, та плоскої задачі.

На межі пластини будуть такі крайові умови

$$M_r = M_0, P_r = 0, \sigma_{Pr} = 0, \tau_{Pr\theta} = 0, x \in L,$$

де M_r – згинальний момент, σ_{Pr} і $\tau_{Pr\theta}$ – компоненти тензора напружень у полярній системі координат, P_r – узагальнена в сенсі Кірхгофа перерізувальна сила.

Крайові умови гладкого контакту берегів тріщин мають вигляд

$$M_{y_k}^{\pm} = h\beta_k N_k, P^{\pm} = 0, \tau_{Ix_k y_k}^{\pm} = 0, \sigma_{Iy_k y_k}^{\pm} = -\frac{N_k}{2h}, x_k \in L_k, k = \overline{1, M},$$

$$\frac{\partial[v_{II}]}{\partial x_k} + \lambda_k h \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x_k \partial y_k} \right] = 0, x_k \in L_k, k = \overline{1, M},$$

$$\beta_k = 1 - \gamma_k / 3, \lambda_k = 0.5 \left(1 + (1 - \gamma_k)^2 \right), \gamma_k = h_k / h,$$

де N_k – контактне зусилля між берегами k -тої тріщини; h_k – висота контакту k -ої тріщини; $[f] = f^+ - f^-$, значками “+” і “-” позначені граничні значення функцій при прямуванні точки площини до k -тої тріщини при $y_k \rightarrow \pm 0$.

Із використанням комплексних потенціалів плоскої задачі, розв'язок сформульованої задачі зведений до задач лінійного спряження, на основі яких отримано систему сингулярних інтегральних рівнянь на берегах тріщини, а крайові умови на межі круглої пластини вдалося задовольнити аналітично. Здійснено числовий аналіз контактного зусилля між берегами тріщин та коефіцієнтів інтенсивності моментів і зусиль при різних значеннях параметрів задачі, на основі якого побудовано відповідні графіки.

BENDING OF A CIRCULAR PLATE WITH A SYSTEM OF CRACKS WITH ACCOUNT FOR THE STRIPED CONTACT OF THEIR EDGES

A solution to the problem of bending a circular isotropic plate with a system of through rectilinear cracks is constructed. A system of singular integral equations concerning displacement jumps in the plane problem and rotation angle jumps in the problem of bending on the edges of cracks is obtained. Numerical analysis of the problem was carried out and corresponding graphs were constructed for different geometric parameters of the problem.