

УДК 539.3

## МІЖФАЗНА ТРІЩИНА ІЗ ЗОНАМИ КОНТАКТУ У НЕОДНОРІДНІЙ АНІЗОТРОПНІЙ ПЛОЩИНІ

Костянтин Архипенко, Олександр Кривий

Національний університет «Одеська морська академія»

k\_arkhipenko@ukr.net, krivoy-odessa@ukr.net

Розглянуто задачу про міжфазну тріщину  $L: \{y \in [-a; a], x = 0\}$  у неоднорідній площині, що складається з двох різних анізотропних півплощин з'єднаних вздовж осі  $Oy$ . На кінцях тріщини враховано зони контакту  $L_1: \{y \in [a - \varepsilon_1; a], x = 0\}$  та  $L_2: \{y \in [-a; -a + \varepsilon_2], x = 0\}$ , довжини яких є невідомими і мають бути визначені при розв'язанні задачі.

На нескінченості прикладені зусилля, що викликають на берегах тріщини напруження  $\sigma_x(\pm 0, y) = P^\pm(y)$ ,  $\tau_{xy}(\pm 0, y) = Q^\pm(y)$ ,  $y \in [-a + \varepsilon_2; a - \varepsilon_1]$ , а на зонах контакту вважаються реалізованими умови проковзування берегів тріщини, за яких нормальне та дотичне напруження підпорядковані закону тертя Кулона:  $\tau_{xy}^\pm \Big|_{x=0} = -\mu \cdot \sigma_x^\pm \Big|_{x=0}$ ,  $y \in L_K = L_1 \cup L_2$ .

Уведемо позначення для напружень і похідних переміщень на тріщині  $\{\sigma_x, \tau_{xy}, \nu_y', u_y'\}_{x=\pm 0} = \{\varphi_j^\pm(y)\}_{j=1,4}$ ,  $y \in L$ , та їхніх сум і різниць  $H_j^\pm(y) = \varphi_j^+(y) \pm \varphi_j^-(y)$ ,  $j = 1, 4$ ,  $y \in L$ . Використавши інтегральні співвідношення [1–5], відносно невідомої суми нормальних напружень  $H_1^+(y)$ ,  $y \in L_1 \cup L_2$ , та невідомих різниць похідних дотичного й нормального переміщення:  $H_3^-(y)$ ,  $y \in L$ , і  $H_4^-(y)$ ,  $y \in L_0 = L \setminus L_K$ , отримано наступні системи сингулярних інтегральних рівнянь (СІР):

$$\begin{cases} -lH_1^+(y) + b_{13}H_3^-(y) + c_{13}\Gamma[H_3^-](y) + c_{14}\Gamma_0[H_4^-] = F_1(y), \\ l\mu H_1^+(y) + c_{23}\Gamma[H_3^-](y) + c_{24}\Gamma_0[H_4^-] = F_2(y), \end{cases} \quad y \in L_K, \quad (1)$$

$$\begin{cases} b_{13}H_3^-(y) + c_{13}\Gamma[H_3^-](y) + c_{14}\Gamma_0[H_4^-] = F_1(y), \\ b_{24}H_4^-(y) + c_{23}\Gamma[H_3^-](y) + c_{24}\Gamma_0[H_4^-] = F_2(y), \end{cases} \quad y \in L_0, \quad (2)$$

де  $l, b_{ij}, c_{ij}$  залежать від пружних констант анізотропних півплощин;

$$\Gamma[f](y) = \frac{1}{\pi} \int_L \frac{f(t) dt}{t-y}, \quad \Gamma_0[f](y) = \frac{1}{\pi} \int_{L_0} \frac{f(t) dt}{t-y}.$$

Постановку задачі завершує умова для стрибка дотичних переміщень у зоні контакту з проковзуванням:

$$\langle v|_{x=0} \rangle = v(+0, y) - v(-0, y) > 0, \quad y \in L_1 \cup L_2.$$

Використавши методику робіт [1–5], виконано аналіз розв'язків систем СІР (1)–(2) та з'ясовано показники особливостей полів напружень і переміщень, коли  $y \rightarrow \pm a$  та  $y \rightarrow \pm a \mp \varepsilon_{1,2}$ . Запропоновано метод розв'язування систем СІР (1)–(2), що враховує сингулярну поведінку невідомих функцій у особливих точках.

1. *Кривой А.Ф., Радиолло М.В.* Особенности поля напряжений в составной анизотропной плоскости // Изв. АН СССР, МТТ. – 1984. – № 3. – С. 84–92.
2. *Krivoy A.F., Popov G.Ya.* Features of the stress field near tunnel inclusions in an inhomogeneous anisotropic space // Int. Applied Mechanics. – 2008. – **44**, No. 6. – P. 626–634.
3. *Krivoy A.F., Popov G.Ya.*, Interface tunnel cracks in a composite anisotropic space // Journal of Applied Mathematics and Mechanics – 2008. – **72**, No. 4. – P. 499–507.
4. *Кривуу О.Ф.* Tunnel internal crack in a piecewise homogeneous anisotropic space // Journal of Mathematical Sciences – 2014. – **198**, No. 1. – P. 62–74.
5. *Кривуи О.Ф.* Mutual influence of an interface tunnel crack and an interface tunnel inclusion in a piecewise homogeneous anisotropic space // Journal of Mathematical Sciences – 2015. – **208**, No. 4. – P. 409–416.

#### INTERPHASE CRACK WITH CONTACT ZONES IN A NON-HOMOGENOUS ANISOTROPIC PLANE

*The problem of an interfacial crack with contact zones in an inhomogeneous plane consisting of two different anisotropic half-planes has been considered. In the contact zones, the conditions of slippage of the crack banks are assumed to be realized. The problem is reduced to systems of singular integral equations with respect to the unknown sum of the normal stress and the unknown differences of the derivatives of the tangential and normal displacement. The singularities of stress and displacement fields are established. A method for solving systems SIE that takes into account these singularities has been proposed.*