

УДК 539.3

АНАЛІЗ ЕФЕКТІВ НЕЛІНІЙНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ПОВЕРХНЕВИХ SH ХВИЛЬ ПРИ МЕМБРАННОМУ ПОКРИТТІ ПОВЕРХНІ ХВИЛЕВОДУ

Надія Жоголева

Інститут прикладної математики і механіки НАН України

zhogoleva.nadia@gmail.com

У роботі використано модель фізично та геометрично нелінійної динамічної деформації, яка базується на поданнях пружного потенціалу яку

$$U = \frac{1}{2} c_{jqrl} \varepsilon_{jq} \varepsilon_{rl} + \frac{1}{6} c_{jqrlmn} \varepsilon_{jq} \varepsilon_{rl} \varepsilon_{nm} \quad (j, q, r, l, n, m = \overline{1,3}),$$

та пружних деформацій у вигляді

$$\varepsilon_{rl} = \frac{1}{2} (u_{r,l} + u_{l,r} + u_{q,r} u_{q,l}).$$

Тут $u_{r,l} = \partial u_r / \partial x_l$ – компоненти пружних хвильових зсувів, а c_{jqrl} , c_{jqrlmn} – пружні константи матеріалу. Безрозмірні нормалізовані компоненти тензору напружень та рівняння руху за відсутності об'ємних сил отримуються зі співвідношення

$$\sigma_{j,d} = \frac{\partial U}{\partial u_{j,d}} \quad (j, d = \overline{1,3}), \quad \rho \ddot{u}_j = \frac{\partial \sigma_{jd}}{\partial x_d}.$$

Досліджуваний хвильовод складається з анізотропного монокристалічного шару товщини h класу $m3m$ кубічної системи $V_1 = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, -h \leq x_3 \leq 0\}$, розташованому на півпросторі $V_2 = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, 0 < x_3 < \infty\}$ того ж класу анізотропії. Використано систему нормалізованих прямокутних координат $Ox_1x_2x_3$, $x_j = \tilde{x}_j/h$. Товщина шару h вважається нормалізуючим параметром для координатних змінних \tilde{x}_j . На верхній грані шар має мембранне покриття, а в зоні контакту з півпростором – ідеальний механічний контакт. Розглядається одночасне поширення двох SH хвиль різної частоти. Фізико-механічні властивості матеріалів характеризуються пружними константами другого $\tilde{c}_{ij}^{(p)}$ та третього $\tilde{c}_{ijl}^{(p)}$ порядку та густиною $\tilde{\rho}_p$ ($i, j, l = \overline{1,6}$;

$p = \overline{1,2}$. Компоненти вектор-функції пружних зсувів $\tilde{u}^{(p)}$ віднесено до нормуючого параметру $u_* = \max_{\{x_1, x_2, x_3, t, j\}} |\tilde{u}_j(x_1, x_2, x_3, t)|$.

Використано підхід, що базується на концепції визначення характеристик досліджуваного хвильового поля, як перших двох доданків у поданнях векторних функцій u_j в компоненті V_p відрізка ряду за степенями малого параметра $\delta = u_* / h$:

$$u_j^{(p)} = u_j^{(p,l)} + \delta u_j^{(p,n)} \quad (j = \overline{1,3}), \quad (1)$$

При підстановці виразу (1) у рівняння руху та крайові умови, а також при подальшому підборі доданків того ж порядку малості за параметром δ виникають двоетапні задачі визначення компонент $u_j^{(p,l)}$ та $u_{j+}^{(p,n)}$, $u_{j+}^{(p,n)}$. Отримано розв'язок задачі першого наближення, яке представлено єдиною ненульовою компонентою $u_2^{(p,l)}$. На основі отриманих представлень для $u_2^{(p,l)}$ розв'язано задачу другого наближення, яка визначає ненульові компоненти $u_{1+}^{(p,n)}$ та $u_{3+}^{(p,n)}$ в аналітичній формі, що характеризують нелінійну взаємодію різночастотних одночасно поширених SH хвиль.

Виконано числовий аналіз для сукупності матеріалів NaCl–Si для шару та півпростору.

Автор висловлює подяку за часткову підтримку цього дослідження за грантом EFDS-FL2-08 від The European Federation of Academies of Sciences and Humanities (ALLEA).

1. Singh S.S. Love wave at a layer medium bounded by irregular boundary surfaces // Journal of Vibration and Control. – 2011. – **17**, No. 5. – P. 789–795.
2. Shevchenko V.P., Zhogoleva N. V. Nonlinear second harmonics of localized shear waves in anisotropic layer between anisotropic half spaces under the condition of imperfect contact // Journal of Mathematical Sciences. – 2019. – **236**, No. 2. – P. 199–211.

EFFECTS ANALYSIS OF SURFACE SH WAVES NONLINEAR INTERACTION AT THE MEMBRANE COVERING OF THE WAVEGUIDE SURFACE

The work is based on the model of general geometric and physical nonlinearity of dynamic deformation processes. The approach of expansion into series by a small parameter of nonlinear elastic wave characteristics is applied. The effects of the second harmonic, which occurs during the simultaneous propagation of surface SH waves of different frequencies, are investigated. The waveguide consists of an anisotropic elastic crystal layer of the m3m class cubic system located on a crystal half-space of the same class of anisotropy. The outer surface of the waveguide is covered with an inextensible membrane.