

УДК 539.3

СИМЕТРИЧНА ЗАДАЧА ГАРМОНІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ГЕКСАГОНАЛЬНОЇ ГРАТКИ З КРУГОВИХ ТРІЩИН У ПРУЖНОМУ ТІЛІ

Віктор Михаськів, Ігор Жбадинський

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України*

mykhaskiv@gmail.com, zhdynskyi.igor@gmail.com

Розвиток технологій 3D друку стимулював застосування в інженерній практиці акустичних метаматеріалів з періодичними тріщинними хвильовими розсіювачами [1], компактне заповнення яких досягається впорядкуванням у гексагональній ґратки. Присутність таких структурних елементів вимагає також дослідження динамічних напружень в їх околі (досі розглядалися ортогональні прямокутні ґратки з кругових тріщин [2, 3]).

Симетричну задачу падіння у напрямку Ox_3 пружної гармонічної хвилі нормальних напружень з постійною амплітудою N_0 на двоперіодичний масив компланарних кругових тріщин з однаковими радіусами a та нахилом $\alpha = 60^\circ$ між напрямками їх розташування на відстані d (рис. 1) з урахуванням умов періодичності зведено до граничного інтегрального рівняння (ГІР) відносно динамічного розкриття $\Delta u(\mathbf{x})$ відлікової тріщини S в одиничній комірці структури у вигляді

$$\iint_S \Delta u(\mathbf{y}) \left\{ \sum_{j=1}^2 \mathbf{D}_j^{\mathbf{x}} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\exp[ik_j r_{nm}(\mathbf{x}, \mathbf{y})]}{r_{nm}(\mathbf{x}, \mathbf{y})} \right] \right\} dS_{\mathbf{y}} = N_0, \mathbf{x} \in S. \quad (1)$$

Тут $r_{nm}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{(x_1 - y_1 - nd - md \cos \alpha)^2 + (x_2 - y_2 - md \sin \alpha)^2}$, k_j ($j = 1, 2$) – хвильові числа поздовжньої та поперечної хвилі, $\mathbf{D}_j^{\mathbf{x}}$ ($j = 1, 2$) – відомі диференціальні оператори четвертого порядку за змінними x_1 та x_2 [3].

Розв'язання ГІР (1) ґрунтується на декомпозиції відповідальних за динамічну взаємодію тріщин ґраткових сум на складові за віддаленістю від відлікової та перетворенні цих складових до швидкозбіжних форм шляхом інтегральних подань з експоненційно спадними підінтегральними виразами. Для отримання добре обумовленого дискретного аналога рівняння застосовано також

процедури регуляризації його сингулярних ядер з виділенням спеціальних «виризнних» значень (точок аномалій Вуда) на частотному спектрі та метод колокацій з кусково-постійною апроксимацією розв’язку на радіально-кутовій сітці граничних елементів, що покривають область відлікової тріщини.

За розв’язком ГР амплітуда коефіцієнта інтенсивності динамічних напружень відриву \bar{K}_I в околі відлікової тріщини як функція кутової координати φ точки її фронту визначається так (A – нормувальна стала):

$$\bar{K}_I(\varphi) = A(a^2 - x_1^2 - x_2^2)^{-1/2} |\Delta u(\mathbf{x})|_{\substack{x_1 = a \cos \varphi \\ x_2 = a \sin \varphi}} \quad (2)$$

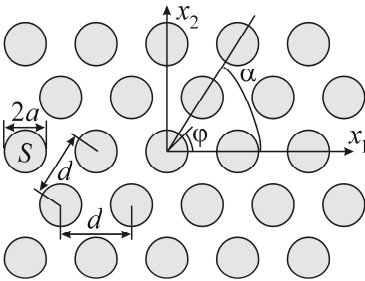


Рис. 1

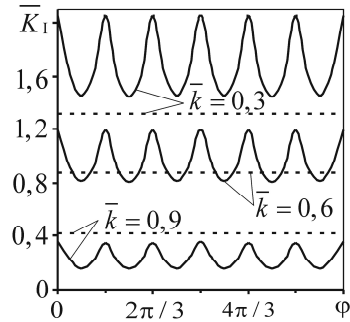


Рис. 2

Рис. 2 стосується розрахунків, коли $d = 2,01a$, коефіцієнт Пуассона тіла з тріщинами дорівнює 0,3, та для різних безрозмірних хвильових чисел $\bar{k} = k_2 d / (2\pi \sin \alpha)$. Штрихові прямі відповідають гармонічно навантаженій поодинокій тріщині.

1. *Khelif A., Adibi A.* Phononic crystals: fundamentals and applications. – New York: Springer, 2016. – 268 p.
2. *Mykhas'kiv V.V., Zhabdynskiy I.Ya., Zhang Ch.* Dynamic stresses due to time-harmonic elastic wave incidence on doubly periodic array of penny-shaped cracks // *Мат. Методи та фіз.-мех. поля.* – 2013. – **56**, № 2. – С. 94–101.
3. *Mykhas'kiv V.V., Zhabdynskiy I.Ya., Zhang Ch.* On propagation of time-harmonic elastic waves through a double-periodic array of penny-shaped cracks // *European Journal of Mechanics / A Solids* – 2019. – **73**. – P. 306–317.

SYMMETRIC PROBLEM ON TIME-HARMONIC LOADING OF HEXAGONAL LATTICE OF CIRCULAR CRACKS IN AN ELASTIC SOLID

The symmetric frequency-domain problem on the interaction effects in hexagonal lattice of coplanar circular cracks located in an infinite elastic solid is investigated by the boundary integral equation method. The mode-I dynamic stress intensity factor in the crack vicinities depending on the angular coordinate and frequency is calculated and analyzed.