

УДК 534.1:539.3

ЗАСТОСУВАННЯ ВАРІАЦІЙНОГО ПРИНЦИПУ ХЕЛІНГЕРА– РЕЙССНЕРА ДЛЯ АНАЛІЗУ ДЕМПФУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ КОЛИВАНЬ БАГАТОШАРОВИХ ПЛАСТИН

Олена Савченко, Олег Деркач

*Національний університет «Чернігівська політехніка»,
Інститут проблем міцності ім. Г.С. Писаренка НАН України*

derkach@ipp.kiev.ua

Впровадження сучасних композитних матеріалів у практику проектування та виготовлення нових зразків техніки енергетичного та авіаційного машинобудування дає змогу досягти їх високої конкурентоспроможності. Водночас умови експлуатації такої техніки часто пов'язані з дією інтенсивних нестационарних навантажень, що потребує розробки ефективних методів забезпечення їх вібраційної надійності. В останні десятиліття набули розвитку прикладні дослідження у галузі механіки зв'язаних полів в елементах конструкцій щодо активного та активно-пасивного (гібридного) демпфування коливань за допомогою п'єзоелектричних перетворювачів. До переваг таких методів слід віднести можливість забезпечення високої демпфувальної здатності конструктивних елементів у широкому діапазоні частот їх коливань та можливість забезпечення суттєвого зменшення амплітуд коливань у початкові моменти часу [1]. Необхідність застосування адаптивних методів контролю за умов активного демпфування коливань обумовлює особливу актуальність розробки математичних моделей композитних конструкцій із в'язкопружними та п'єзоелектричними шарами матеріалу, що мають електров'язкопружні властивості. Так, зокрема, для побудови розрахункових рівнянь динаміки в'язкопружних та електров'язкопружних конструкцій в [1] було використано варіаційні рівняння Лагранжа у згортках. При цьому вважалося, що для шарів на поверхнях контакту виконуються умови нерозривності відповідних переміщень. Для уточнення розрахункової моделі доцільним є застосування математичних моделей, що враховують нерозривність напружень. Так, для додаткового визначення напружень на поверхнях розділу шарів у даній роботі застосовано функціонал Хеллінгера–Рейсснера з умовою, яка встановлює незалежність напружень, що діють між шарами, від переміщень та електричного потенціалу. Таким чином, метою представленої роботи є розробка уточнених моделей багатошарових пластин з пасивними

в'язкопружними і активними п'єзоелектричними шарами на основі даного змішаного варіаційного принципу.

У доповіді розглядаються алгоритми застосування варіаційного рівняння Хелінгера–Рейснера у згортках, а також його слабка варіаційна постановка змішаної задачі електров'язкопружності безпосередньо у частотному просторі Фур'є. Для побудови розрахункових рівнянь було застосовано дискретно-структурний підхід. Так, тривимірну задачу було зведено до двовимірної, а неоднорідність пластини по товщині враховано шляхом її розділення на розрахункові шари. Для врахування ефекту електромеханічної зв'язаності в кожному розрахунковому шарі матеріалу для механічних та електричних змінних було прийнято кубічну апроксимацію по товщині кожного шару.

Розрахункові рівняння для шарнірно закріпленої по краям прямокутної пластини одержано у просторі зображень Фур'є переміщень, напружень та електричного потенціалу. Це дозволяє проводити аналіз нестационарних, багаточастотних та випадкових коливань з урахуванням залежності пружних та дисипативних властивостей від частоти, характерної для в'язкопружних матеріалів.

Для підтвердження достовірності отриманої моделі проведено аналіз збіжності розв'язків, а результати тестових розрахунків співставлено з точними результатами, які відомі з літератури. Для демонстрації ефективності запропонованої методики наведено результати розрахункових досліджень з визначення розподілу переміщень, електричного потенціалу, а також напружень, що діють між шарами матеріалу по товщині анізотропних багатошарових пластин із різною конфігурацією шарів.

1. Деркач О.Л., Зіньковський А.П., Савченко О.В. Активне демпфірування нестационарних коливань тришарової електро-в'язкопружної композитної пластини // Проблеми міцності. – 2020. – 52, № 6. – С. 65–78.

APPLICATION OF THE HELLINGER-REISSNER VARIANCE PRINCIPLE FOR THE ANALYSIS OF DAMPING OF NON-STATIONARY VIBRATIONS OF MULTILAYER PLATES

The algorithms for applying the Hellinger-Reissner variational principle in convolutions, as well as its weak variational formulation of the mixed electroviscoelasticity problem directly in the Fourier frequency space were considered. A discrete-structural approach was used to construct the displacement equations. To take into account the effect of electromechanical coupling, a cubic approximation of displacements and electric potentials through the thickness of each calculated layer of the multilayer plate was adopted. Resolving equations are obtained for a simply-supported plate in the Fourier frequency domain, which allows providing the analysis of non-stationary vibrations taking into account the dependence of elastic and dissipative properties on the frequency. The results of calculation studies on the determination of the stress distribution for anisotropic multilayer plates with different configurations of the layers are presented.