

УДК 539.3

## ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ДЛЯ ОРТОТРОПНОЇ БАЛКИ–СМУГИ З КРАЙОВОЮ ТРІЩИНОЮ

Володимир Шваб'юк, Віктор Захарчук,  
Роман Казмірчук, Дмитро Ткачук

*Луцький національний технічний університет*

v.shvabyuk@gmail.com, viktor\_zakharchuklntu@gmail.com

Розглянуто згин ортотропної балки–смуги довжини  $2L$  за розподіленого навантаження  $q$ , яку послаблено короткою крайовою тріщиною довжини  $l$  у розтягнутій зоні. Потрібно знайти граничне значення  $q^*$  розподіленого навантаження для балки та його залежність від характеристик ортотропії. Для розрахунку використано уточнену модель згину коротких ортотропних балок–смуг [3] та силовий критерій руйнування Дж. Ірвіна [1, 2]. Згідно з такою моделлю, нормальне напруження  $\sigma_x$  у шарнірно закріпленій на краях  $x = \pm L$  балці описується співвідношенням [3]:

$$\sigma_x = \frac{M_x}{I} z + \frac{z}{I} \left( \frac{z^2}{3} - \frac{h^2}{5} \right) \left( \alpha^2 q - \varepsilon_2 h^2 \frac{5}{4} \frac{E_x}{E'} q'' \right).$$

Тут  $\varepsilon_1 = 0,1(8\alpha^2 + 5\nu'')$ ,  $\varepsilon_2 = 0,2(1 - \nu''G'/E_x)$ ,  $\alpha^2 = E_x/2G' - \nu''$ ,  $M_x = t \int_{-h}^h z \sigma_x dz = -E_x I w'' - \varepsilon_1 h^2 q -$  згинальний момент;  $I = 2th^3/3$  – момент інерції прямокутного поперечного перерізу балки розмірами  $2h \times t$ ,  $E_x$ ,  $E'$ ,  $G'$ ,  $\nu''$  – модулі Юнга, модуль зсуву і Пуассонів коефіцієнт матеріалу балки відповідно у напрямках осей  $Ox$  і  $Oz$ .

Для балки прямокутного перерізу максимальне значення зведеного максимального напруження  $\sigma_x(\pm h)$  описується залежністю:

$$\bar{\sigma}_x^{max} = \frac{\sigma_x}{\tilde{q}} = \pm \left( \frac{3}{4} \frac{l^2}{h^2} + \frac{1}{5} \alpha^2 \right) = \frac{3}{4} \frac{l^2}{h^2} k_\sigma, \quad k_\sigma = 1 + \frac{4\alpha^2}{15} \frac{h^2}{l^2}, \quad \tilde{q} = q/t. \quad (1)$$

Для коротких тріщин ( $l \ll h, t$ ) з використанням розв'язків [1, 2] задача визначення граничного навантаження  $q^* = \tilde{q}$  зводиться до розв'язання рівняння, отриманого зі силового критерію Дж. Ірвіна [1, 2]:

$$K_I^* = K_{IC}, \quad \text{або} \quad \sigma_x^*(q^*, h) \sqrt{\pi l} Y(l/2h) = K_{IC}, \quad (2)$$

де  $K_{IC}$  – критичне значення коефіцієнта інтенсивності напружень (в'язкість

руйнування) – стала матеріалу;  $\sigma_x^*(q^*, h)$  – нормальне напруження у волокні бруса ( $x = 0, z = h$ ), через яке проходить тріщина;  $Y(l/2h)$  – функція форми та розмірів об'єкта.

У першому наближенні [1, 2] приймаємо  $Y(l/2h) = 1.12$ . Тоді з використанням (1), (2) визначаємо граничне значення  $q_{K_C}^*$  розподіленого навантаження для балки, послабленої тріщиною  $q_{K_C}^* = 4h^2 K_{IC} / (3.26L^2 k_\sigma \sqrt{\pi l})$ .

Для перевірки достовірності отриманих аналітично результатів Я.М. Пастернаком методом скінченних елементів розв'язано задачу для ізотропної смуги з одночасним підбором функції форми та розмірів об'єкта у вигляді кубічної параболи:

$$Y(\zeta) = 1.102 - 0.645\zeta + 0.909\zeta^2 + 3.859\zeta^3, \quad \zeta = l/2h. \quad (3)$$

Для  $\zeta \leq 0.2$  відмінність між значеннями  $Y(\zeta)$  з формул (3) та 1.12 знаходиться в межах  $4\% \div 5\%$ . Для відношень  $\zeta = 0.4 \div 0.5$  величина  $Y(\zeta) = 1.2 \div 1.5$ , тобто значно перевищує значення 1.12. Знайдено величини граничного навантаження  $q_{K_C}^*$  для ізотропного матеріалу – сталі СТ3 ( $\alpha^2 = 1$ ) з в'язкістю руйнування  $K_{IC} = 22 \text{ МПа} \sqrt{\text{м}}$  і композитного склопластику 27-63С ( $\alpha^2 = 4$ ) з  $K_{IC} = 27,1 \text{ МПа} \sqrt{\text{м}}$ . Обчислення виконано для тріщини завдовжки  $l = 1 \text{ см}$  при  $L = 1 \text{ м}$ ,  $L/h = 3; 5$ . Величину  $q_{K_C}^*$  пораховано також і для  $l = 0$  (відсутності тріщини). Аналіз отриманих результатів показує, що граничні навантаження  $q_{K_C}^*$  для ізотропної балки–смуги з тріщиною приблизно удвічі, а для ортотропної – у 3.5 рази менші своїх аналогів для балок без тріщин.

1. *Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4-х т. / Под общей ред. Панасюка В.В. – Киев: Наук. думка, 1988. – Т. 1: Основы механики разрушения / Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Партон В.З. – 1988. – 488 с.; Т. 2: Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами / Саврук М.П. – 1988. – 620 с.*
2. *Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х т. Пер. с англ. / Под ред. Ю. Мураками. – М.: Мир, 1990. – 1016 с.*
3. *Шваб'юк В.І., Ротко С.В., Шваб'юк В.В. Математичні моделі деформування композитних плит і балок: контактна взаємодія із штампами та основами. Вплив тріщин: Монографія. Луцьк: Вежа-Друк, 2022. – 804 с.*

#### DETERMINATION OF THE CRITICAL LOAD FOR AN ORTHOTROPIC BEAM-STRIP WITH AN EDGE CRACK

*The bending of an orthotropic beam-strip, which is weakened by a short edge crack in the stretched zone, is considered under a distributed load. The refined bending model of short orthotropic beams-strips and a strength fracture criterion were used for the construction a solution to the considered problem.*