

УДК 531.8+519.6

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАВАНТАЖЕНОЇ ХОДИ ЛЮДИНИ З ГОМІЛКОВОСТОПНИМИ ПРУЖИННИМИ ОРТЕЗАМИ

Мирослав Демидюк

*Інститут прикладних проблем механіки і математики  
ім. Я.С. Підстригача НАН України*

[m\\_demydyuk@ukr.net](mailto:m_demydyuk@ukr.net)

Моделюємо ходу людини (з вантажем за спиною) по нерухомій горизонтальній поверхні. Вантаж, що переноситься, створює додаткове навантаження на опорно-руховий апарат людини, особливо на м'язово-скелетну структуру гомілковостопних суглобів, що призводить до підвищення рівня відповідних м'язових зусиль. Для зменшення цих навантажень використовуємо гомілковостопні розвантажувальні ортези [1–3]. Для підсилення розвантажувального ефекту в шарнір кожного ортеза вмонтовано пружинний пристрій (концентрично розміщені спіральні пружини з різною кутовою активацією [1]), параметри (вектор  $\mathbf{c}_i$ ) яких вибираємо за умови зменшення рівня м'язових зусиль  $p_i$  в ортезованих суглобах,  $i = 1, 2$ .

Метою дослідження є побудова математичної моделі навантаженої ходи людини з гомілковостопними шарнірно-пружинними ортезами та розроблення відповідного алгоритму оптимізації параметрів ортезів.

Для моделювання ходи використовуємо систему дев'яти твердих тіл з одинадцятьма ступенями вільності (вектор узагальнених координат  $\xi$ ), які представляють корпус людини та дві чотириланкові нижні кінцівки (стегно, гомілка та дволанкова стопа). Тіла послідовно з'єднані між собою циліндричними шарнірами, осі яких ортогональні сагітальній площині. Кожний ортез моделюємо двома стрижнями, закріпленими відповідно на гомілці та стопі й з'єднані між собою циліндричним шарніром із зосередженою пружною податливістю (момент пружних сил  $f_i(\xi, \mathbf{c}_i)$ ), обумовленою взаємодією невагомих пружин. Переносний вантаж представляємо у вигляді точкової маси, закріпленої на корпусі в заданому положенні.

Ходу моделюємо на проміжку подвійного кроку  $t \in [0, T]$ , де враховуємо періодичність руху ланок ніг та основні ритмічні, кінематичні та динамічні умови антропоморфного переміщення стоп. Також на міжланкові кути системи накладаємо двосторонні нестационарні обмеження, загальноприйняті в біомеханіці ходи людини. В основі математичного моделювання ходи людини

лежить принцип енергетичної мінімальності, згідно з яким людина під час ус-таленої ходи намагається мінімізувати свої енерговитрати.

Пошук параметрів ортезів  $\mathbf{c}_1$ ,  $\mathbf{c}_2$ , які знижують рівень м'язових зусиль в ортезованих суглобах, проводимо у два етапи. На першому етапі для заданих масінерційних параметрів опорно-рухового апарату людини та переносного вантажу моделюємо її ходу без ортезів. Для розрахунку характеристик такої ходи розв'язуємо **задачу 1**: визначити такий рух механічної моделі  $\xi_n^*(t)$ ,  $t \in [0, T]$  та відповідні м'язові зусилля, які за накладених умов ходи мінімізу-ють механічні енерговитрати  $E$ . Побудований закон руху  $\xi = \xi^*(t)$  та відпо-відні м'язові зусилля в гомілковостопних суглобах  $p_1^*(t)$ ,  $p_2^*(t)$  використову-ємо на другому етапі, де розв'язуємо **задачу 2**: для заданої ходи людини  $\xi^*(t)$ ,  $t \in [0, T]$  знайти такі вектори параметрів  $\mathbf{c}_i^* \in \Omega_i$ , які мінімізують м'яз-зові зусилля в ортезованих суглобах  $P_i = k_1 \max_{\tilde{p}_i > 0, t \in [0, T]} \tilde{p}_i(t) + k_2 \max_{\tilde{p}_i < 0, t \in [0, T]} |\tilde{p}_i(t)|$ ,  $i = 1, 2$ , де  $k_1 > 0$ ,  $k_2 > 0$  – задані вагові коефіцієнти,  $\tilde{p}_i(t) \equiv p_i^*(t) - f_i(\xi^*, \mathbf{c}_i)$  – момент м'язових сил в ортезованому суглобі  $i$  – ї ноги.

Для розв'язання сформульованих задач була використана методика па-раметричної оптимізації та чисельні процедури нелінійного програмування. Ефективність побудованого алгоритму підтверджено результатами числового моделювання навантаженої ходи людини з пружинними ортезами.

1. *Demydyuk M.V., Lytvyn B.A.* The Mathematical Modeling of the Human Gait with Ankle Hinged Orthosis // J. of Automation and Information Sciences. – 2015. – 47, Is. 4. – P. 64–77. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v47.i4.70.
2. *Демидюк М.В.* Математичне моделювання та оптимізація ходи людини з пасивно керованим гомілковостопним ортезом // Реабілітація та протезування/ортезуван-ня ХХІ століття. Проблематика, перспективи та міжнародні стандарти відновлен-ня рухової активності: Зб. наук. праць науково-практ. конф. (Харків, 15 квітня 2021 р.). – 2021. Харків: УкрНДІ протезування. – С. 96–100.

#### THE MATHEMATICAL MODELING OF THE LOADED HUMAN GAIT WITH ANKLE SPRING ORTHOSES

*The mathematical model of the human loaded gait with ankle spring-hinged orthosis is built. The system of 9 rigid bodies (trunk and two two-link feet) joined by cylindrical hinges is used for modeling. The active muscle forces and orthosis spring elastic forces are acting together in the orthosis joint. The elastic parameters stiffness optimization problem to mini-mize the maximum value of the active forces torque (over double stride interval) in the or-thotic joint is investigated. The methodology of the approximate solution construction of the formulated problem based on the generalized coordinates parametrization by the set of cubic smoothing splines and numerical methods of the nonlinear mathematical programming is developed.*