

УДК 517.9:539.3

## ПРО ДЕЯКІ МОДИФІКАЦІЇ МЕТОДУ СТЕФФЕНСЕНА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ОПЕРАТОРНИХ РІВНЯНЬ

Михайло Бартиш, Наталія Огородник, Ольга Ковальчук

*Львівський національний університет імені Івана Франка*

mykhailo.bartish@gmail.com, ogorodnyk.nataly@gmail.com, olyak2005@gmail.com

Нехай задано рівняння

$$F(x) = 0, \quad (1)$$

де  $F$  – нелінійний оператор у просторі Банаха.

Для розв'язування рівняння (1) використаємо алгоритм

$$u_k = \Phi(x_k), \quad x_{k+1} = x_k - [F(x_k, u_k)]^{-1} F(x_k), \quad (2)$$

де  $k = 0, 1, \dots$ ,  $F(x, y)$  – поділена різниця першого порядку для  $F(x)$ ,  $\Phi(x)$  – оператор, який задовольняє умову

$$\|\Phi(x) - x_*\| \leq K \|x - x_*\|^\tau,$$

де  $K > 0$ ,  $\tau \in [1, 2]$ ,  $x_*$  – розв'язок рівняння (1).

**Теорема 1.** Нехай виконуються умови:

1) для  $x, y \in X$ :  $\|F(x, y)\|^{-1} \leq B$ ;

2) для  $x, y, z \in X$ :  $\|F(x, y, z)\| \leq M$ ;

3) початкове наближення  $x_0$  вибрано таким, що виконується умова

$$q^\tau = BMK \|x_0 - x_*\|^\tau < 1.$$

Тоді алгоритм (2) є коректно визначеним і має місце оцінка:

$$\|x_k - x_*\| \leq q^{(\tau+1)^k - 1} \|x_0 - x_*\|.$$

Цікавими є конкретні варіанти алгоритму (2).

Нехай  $F(x) = x - \phi(x) = 0$  і виконується умова  $\|\phi'(x)\| \leq q < 1$ . Розглянемо алгоритм

$$x_{k+1} = x_k - [F(x_k, \phi(x_k))]^{-1} F(x_k), \quad (3)$$

де  $k = 0, 1, \dots$  .

**Теорема 2.** Нехай виконуються умови:

1) для  $x, y \in X$  :  $\|F(x, y)\|^{-1} \leq B$  ;

2) для  $x, y, z \in X$  :  $\|F(x, y, z)\| \leq M$  ;

3) для  $x \in X$  :  $\|\phi'(x)\| \leq q_1 < 1$  ;

4) початкове наближення  $x_0$  вибрано таким, що виконується умова

$$q = BMq_1 \|x_0 - x_*\| < 1.$$

Тоді алгоритм (3) є коректно визначеним і має місце оцінка

$$\|x_k - x_*\| \leq q^{2^k - 1} \|x_0 - x_*\| .$$

У порівнянні з класичним методом Стеффенсена

$$x_{k+1} = x_k - [F(x_k, x_k - \alpha_k F(x_k))]^{-1} F(x_k),$$

в (3) знаменник збіжності  $q$  є менший.

#### ON SOME MODIFICATIONS OF THE STEFFENSEN METHOD FOR SOLVING THE NONLINEAR OPERATOR'S EQUATION

*Some methods for solving nonlinear operator's equations are presented. Theorems of convergence are formulated. The rate of convergence is defined. The presented methods use the divided differences method and the Steffensen method.*