УДК 531.39

СПОСТЕРІГАЧ ЛУЕНБЕРГЕРА ДЛЯ МОДЕЛІ ПРУЖНОЇ БАЛКИ У ГАМІЛЬТОНОВІЙ ФОРМІ

Юлія Калоша, Олександр Зуєв

Інститут прикладної математики і механіки НАН України

julykucher@gmail.com, alexander.zuyev@gmail.com

Запропоновано схему побудови динамічного спостерігача для класу пружних осцилюючих систем. Спостерігач дозволяє оцінити стан системи, використовуючи обмежену інформацію виходу.

Розглядається модель пружної балки з розподіленими приводами керування, сенсорами та приєднаним твердим тілом. Припускається, що сенсори забезпечують вимірювання напружень в окремих точках балки. Математичну модель руху подано у вигляді лінійної динамічної системи в гамільтоновій формі

$$\dot{z} = Az + Bu, \quad z \in H = \ell^2 \times \ell^2, \quad u \in \mathbb{R}^{k+1}, \tag{1}$$

$$y = Cz, \quad y \in \mathbb{R}^r, \quad k, r \in \mathbb{N}. \tag{2}$$

Тут $z = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$ – вектор стану, $\xi = (\xi_1, \xi_2, \ldots)^T \in \ell^2$, $\eta = (\eta_1, \eta_2, \ldots)^T \in \ell^2$, $u = (u_0, u_1, \ldots, u_k)^T$ – керування, $y = (y_1, \ldots, y_r)^T$ – вихід,

$$A : z = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} \in D(A) \mapsto Az = \begin{pmatrix} \Omega\eta \\ -\Omega\xi \end{pmatrix} \in H,$$

де $\Omega = \mathrm{diag}(\omega_1, \omega_2, \ldots)$, ω_j^2 – модальні частоти коливань балки,

$$D(A) = \left\{ z = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} \in H : \sum_{j=1}^{\infty} \omega_j^2 (\xi_j^2 + \eta_j^2) < \infty \right\}.$$

Рівняння (1) можна вважати координатним зображенням моделі коливань пружної балки Ейлера – Бернуллі з приєднаним твердим тілом. Елементи

http://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/mm07_05.pdf

відображень $B : \mathbb{R}^{k+1} \to H$ та $C : H \to \mathbb{R}^r$ задаються через власні функції $W_j(x)$ коливань балки [1].

Спостерігач Луенбергера побудовано у вигляді системи диференціальних рівнянь

$$\dot{\bar{z}}(t) = (A - FC)\bar{z}(t) + Bu(t) + Fy(t), \tag{3}$$

таким чином, що для будь-яких початкових умов $z(0), \bar{z}(0) \in H$ та довільного допустимого керування $u : [0, +\infty) \to \mathbb{R}^{k+1}$, відповідні розв'язки $z(t)$ та $\bar{z}(t)$ системи (1) – (2) та рівняння (3) задовольняють умову

$$z(t) - \bar{z}(t)\| \to 0 \quad \text{при} \quad t \to +\infty.$$

Розглянуто рівняння на похибку спостережень $e(t) = z(t) - \bar{z}(t)$:

$$\dot{e}(t) = (A - FC)e(t). \tag{4}$$

Відображення F обрано з умови асимптотичної стійкості тривіального розв'язку системи (4):

$$F = \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}, f, g : \mathbb{R}^r \to \ell^2,$$

$$f = \begin{pmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1r} \\ f_{21} & \cdots & f_{2r} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \quad \text{та} \quad g = \begin{pmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1r} \\ g_{21} & \cdots & g_{2r} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix},$$

де

$$f_{js} = \gamma_s c_{sj}, \quad g_{js} = 0, \quad s = \overline{1, r}, \quad j = 1, 2, \ldots,$$

c_{sj} – коефіцієнти вихідного сигналу, $\gamma_s > 0$ – параметри підсилення спостерігача.

1. *Zuyev A., KaloshaJ.* A dynamic observer for a class of infinite-dimensional vibrating flexible structures // arXiv Preprint. – 2022. – doi:10.48550/arXiv.2211.01918.

LUENBERGER OBSERVER FOR A FLEXIBLE BEAM MODEL IN HAMILTONIAN FORM

A Luenberger-type observer is derived for a linear dynamical system with output. The considered system is obtained as an infinite-dimensional model of a flexible structure with rigid body. The state is measured by a finite number of distributed sensors. The proposed observer allows to asymptotically reconstruct the full state of the original system, operating by a limited output information.