

УДК 539.3

МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА ОСНОВІ В-СПЛАЙНІВ ДЛЯ ЦИЛІНДРИЧНОГО ЗГИНУ ПЛАСТИНИ-СМУГИ, ПОДАТЛИВОЇ ДО ТРАНСВЕРСАЛЬНОГО ЗСУВУ ТА СТИСНЕННЯ

Михайло Марчук, Володимир Харченко, Микола Хом'як, Віра Пакош

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України,*

*Національний університет «Львівська політехніка»,
Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля»,
Львівський національний університет імені Івана Франка*

*mv_marchuk@ukr.net, volodymyrnx@gmail.com,
khomnick98@gmail.com, v.pakosh@ukr.net*

Дослідження напружено-деформованого стану видовжених пластин-смуг в рамках теорії пружності, класичної чи багатьох варіантів уточнених теорій пластин широко висвітлено в літературі [6–8]. У працях [1, 3, 5] запропоновано варіант уточненої теорії мінімального порядку вирішальної системи рівнянь, що враховує трансверсальні деформації трансверсального зсуву та стиснення. У випадку постійного поперечного навантаження для умов шарнірного опирання на серединній (класичний варіант) або нижній лицьовій (некласичний варіант) поверхнях отримано аналітичні розв'язки для композитної пластини-смуги з приведеними фізико-механічними характеристиками [2, 3].

Пластина-смуга є зручним об'єктом для апробації як аналітичних, так і числових підходів завдяки простоті розв'язувальних співвідношень у прямокутній системі координат, на противагу громіздкості постановки в просторовій криволінійній системі координат. З іншого боку, вона містить головні особливості підходу до моделювання і може бути основою для узагальнення, а також слугувати тестовою задачею для двовимірних задач теорії пластин.

Стандартні схеми методу скінченних елементів будують з використанням поліномів Лагранжа на кожному скінченному елементі, що має наслідком розривні похідні на стиках елементів. Це вимагає на етапі пост-процесора додаткових процедур усереднення або використання внутрішніх точок

інтегрування для елементів з метою підвищення точності визначення деформацій та напружень. Навпаки, використання b-сплайнів [4], як базисних функцій методу скінченних елементів, дає неперервні переміщення і напруження при переході з одного елемента на інший. Найчастіше використовують квадратичні або кубічні b-сплайни.

Мета даної роботи – розвинути метод скінченних елементів з використанням b-сплайнів для пластин-смуг в рамках уточненої теорії мінімального порядку, а також верифікувати його на тестових і нових задачах, зокрема, для неklasичних крайових умов закріплення, що не зводяться до серединної поверхні [2].

1. *Осадчук В.А., Марчук М.В.* Математична модель динамічного деформування податливих до зсуву та стиску композитних пластин // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2005. – Вип. 3. – С. 43–50.
2. *Пакош В.С., Харченко В.М., Хом'як М.М., Лесик О.Ф.* Вплив податливості до трансверсального стиснення на деформативність шарнірно закріпленої пластини-смуги // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2020. – Вип. 18. – С. 140–144.
3. *Харченко В.М., Марчук М.В., Пакош В.С.* Варіант уточненої теорії мінімального порядку податливих до зсуву та стиснення пластин // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2016. – Вип. 14. – С. 107–112.
4. *De Boor C.* A Practical Guide to Splines. Revised Edition. – Springer, 2001. – 346 p.
5. *Marchuk M.V., Pakosh V.S.* The Influence Pliability to Shear and Compression on the Deformability Uniformly Heated of Composite Plate-Strip // Sci. and Education a New Dimension, Natural and Techn. Sci. – 2015. – III (8). Issue 73. – P. 79–81.
6. *Pagano N.J.* Exact Solutions for Composite Laminates in Cylindrical Bending // Journal of Composite Materials. – 1969. – 3, No. 3. – P. 398–411.
7. *Reddy J.N.* Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells: 2nd Edition. – Boca Raton: CRC Press, 2007. – 547 p.
8. *Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S.* Theory of Plates and Shells: 2nd Edition. – McGraw-Hill, 1959. – 580 p.

FINITE ELEMENT METHOD ON THE BASIS B-SPLINES FOR CYLINDRICAL BENDING OF A STRIP PLATE COMPLIANT TO TRANSVERSAL SHEAR AND COMPRESSION

The bending of a strip plate under a constant transverse load is considered a test problem for the finite element method using b-splines. Differential equations, boundary conditions, and equivalent variational formulations are given for a strip within the framework of the refined plate theory of the minimum order, considering transverse shear and compression. Contributions to the stiffness matrix in the case of the single-step mesh are calculated. The assembling procedure to form a global system of linear algebraic equations is demonstrated. Results are compared with known analytical solutions.