

УДК 539.37

ОСОБЛИВОСТІ ОБЧИСЛЕННЯ ВЕРТИКАЛЬНИХ ПЕРЕМІЩЕНЬ У НЕСКІНЧЕННОМУ В'ЯЗКОПРУЖНОМУ ШАРІ НА ЖОРСТКІЙ ОСНОВІ ПРИ ПЕРІОДИЧНИХ ЦИКЛІЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

Ігор Скородинський

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України*

skorodynski@ukr.net

Циклічні навантаження є досить розповсюдженими у природі та в техніці. Тому актуальним є дослідження їхньої дії на непружні середовища і елементи конструкцій, коли непружні властивості матеріалів проявляються у досить широкому діапазоні. Розв'язки задач при циклічних навантаженнях бувають досить громіздкими, і виникають певні труднощі при їх чисельній реалізації. В даній доповіді запропоновано простий прийом, який дозволяє значно прискорити обчислення вертикальних переміщень навантаженої поверхні нескінченного в'язкопружного шару на жорсткій основі за дії періодичних циклічних навантажень.

Розглянемо механічну поведінку нескінченного в'язкопружного шару на жорсткій основі за дії нормального циклічного, періодичного в часі навантаження в межах узагальненої двопараметричної моделі Кельвіна–Фойгта та плоскої деформації [1]. Розподіл зовнішнього навантаження за координатою x приймемо сталим на ділянці $x \in [-a, a]$. Інші випадки, наприклад зосереджена сила, розглядаються аналогічно. Таким чином, інтенсивність зовнішнього навантаження має вигляд:

$$p(x, t) = p_0 H_-(a - |x|) \sum_{i=1}^N f_i(t), \quad \text{supp} f_i(t) \subseteq [(i-1)T_c, iT_c] \quad (i = \overline{1, N}). \quad (1)$$

У формулі (1) $H_-(x)$ – асиметрична функція Хевісайда; N – кількість циклів; T_c – період циклу.

Використовуючи результати роботи [1], для вертикального переміщення середини області навантаження отримуємо:

$$v(0, t) = -\frac{p_0}{\pi t \eta} \left[\sum_{j=1}^{i-1} \int_{t_j}^{t_{j+1}} G(t - \tau) f_j(\tau) d\tau + \int_{t_i}^t G(t - \tau) f_i(\tau) d\tau \right] \quad (i = \overline{1, N}), \quad (2)$$

де $t_i = (i-1)T_c$ ($i = \overline{1, N}$), $t_j = (j-1)T_c$ ($j = \overline{1, i}$), а

$$G(t) = \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{t}{\tau_K} \frac{u^2 + \alpha_e^2}{u^2 + h^{-2}}\right) \frac{\sin au}{u(u^2 + h^{-2})} du. \quad (3)$$

У формулах (2), (3) $2h$ – товщина шару; решту позначень розшифровано в [1].

Обчислення вертикального переміщення безпосередньо за формулою (2) є не дуже ефективним, оскільки вимагає багато часу. Тому для прискорення табуляції функції (2) з урахуванням періодичності отримано наступні формули:

$$v(0, t) = -\frac{P_0}{\pi t_\eta} \int_0^t G(t-\tau) f(\tau) d\tau, \quad 0 \leq t < T_c;$$

$$v(0, t) = v(0, t-T_c) - \frac{P_0}{\pi t_\eta} \int_0^{T_c} G(t-\tau) f(\tau) d\tau, \quad t \geq T_c, \quad (4)$$

де $f(t) \equiv f_1(t)$. Співвідношення (4) є набагато ефективнішими, оскільки використовують інформацію з попереднього циклу.

Як конкретний приклад, отримано та проаналізовано часові залежності вертикального переміщення точки з координатами $(0, h)$ для випадку прямокутного відносно часу навантаження. Побудовано графіки для трьох матеріалів шару та трьох значень приведеної товщини $\lambda = h/a$. Час розрахунку за формулами (4) в даному конкретному випадку був приблизно в 60 разів меншим, ніж при використанні формул типу (2). При цьому точність обчислень становить 10^{-8} .

Таким чином, запропоновано підхід, який дозволяє значно прискорити обчислення (табуляцію) вертикальних переміщень навантаженої поверхні нескінченного в'язкопружного шару на жорсткій основі при періодичних циклічних навантаженнях.

1. *Скородинський І.С., Максимук О.В.* Узагальнена модель в'язкопружного проміжного шару або покриття, що враховує деформацію поперечного зсуву // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2013. – 56, № 1. – С. 62–70.

PECULIARITIES OF COMPUTING VERTICAL DISPLACEMENTS IN THE INFINITE VISCOELASTIC LAYER ON THE RIGID FOUNDATION AT PERIODIC CYCLIC LOADS

An approach that significantly accelerates the computation of vertical displacements of the loaded surface in the infinite viscoelastic layer on the rigid foundation at periodic cyclic loads is suggested. The example is considered.