

УДК 519.25

НОВИЙ ПІДХІД ДО СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ ПРИРОДНИЧИХ ЯВИЩ

Іван Крикун

Інститут прикладної математики та механіки НАН України

iwanko@i.ua

Природничі процеси часто є суттєво залежними від випадкових факторів, які доцільно розглядати як нормально розподілені випадкові величини. На прикладі виборчих процесів, результати яких залежать не лише від випадкової підтримки різних кандидатів, а й від явки виборців, яка інколи може стати вирішальною, запропоновано новий метод статистичного аналізу подібних природничих процесів.

До основних підходів статистичного аналізу виборчих результатів відносять аналіз дільничних (або округних) результатів щодо відхилень від нормального закону розподілу показників явки або результатів окремих кандидатів, аналіз частоти потрапляння підсумкових результатів у «цілі» числа, закон Бенфорда [1, 6 – 8]. Проте згадані статистичні підходи наражаються на закономірну критику, адже відхилення емпіричного розподілу частот від теоретичного нормального закону розподілу може бути викликане об'єктивними причинами (наприклад, регіональними відмінностями в активності виборців чи в підтримці певних кандидатів), а не махінаціями з результатами.

Пропонований у цій роботі новий метод статистичного аналізу ґрунтується на добре відомому результаті [2], що відношення двох стандартних нормальних випадкових величин (з параметрами 0 та 1) є випадковою величиною, яка має розподіл Коші з параметрами 0 та 1. Нагадаємо, що випадкова величина має розподіл Коші з параметрами a і $\gamma > 0$, якщо її функція розподілу дорівнює

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg\left(\frac{x-a}{\gamma}\right). \quad (1)$$

Відомо [2], що розподіл Коші не має моментів жодного порядку та належить до розподілів з «важкими хвостами», для яких не виконується закон великих чисел. Через такі властивості розподілу Коші оцінити його параметри стандартними методами математичної статистики не вдається. Тож були запропоновані й інші способи для оцінки його параметрів. Зокрема,

в роботах [3, 4] автором було запропоновано простий підхід до оцінки невідомих параметрів розподілу Коші. Головна ідея полягає у побудові, після певної обробки емпіричних даних, арктангенс-регресії отриманих даних та оцінці методом найменших квадратів параметрів цієї арктангенс-регресії, як параметрів розподілу Коші.

Згідно з цим підходом було сформульовано наступну пропозицію щодо нового методу статистичного аналізу природничих процесів.

Після центрування та нормування обраних показників природничих процесів (які є підстави вважати нормально розподіленими) складемо відношення двох з них. Далі виконаємо статистичну обробку отриманих даних згідно з процедурою, описаною в [3, 4] та отримаємо емпіричні оцінки параметрів розподілу. Тоді порівняємо отримані оцінки з теоретичними значеннями параметрів розподілу Коші (тобто зі значеннями 0 та 1) і в разі значних відмінностей оцінимо ймовірність такого відхилення та зробимо статистичні висновки щодо розглянутих природничих процесів.

Запропонований метод було використано для статистичного аналізу виборчих результатів I туру виборів Президента України 2004 року в округах Донецької та Луганської областей [5].

1. *Kobak D., Shpilkin S., Pshenichnikov M.* Integer percentages as electoral falsification fingerprints // *The Annals of Applied Statistics.* – 2016. – **10**, No. 1. – P. 54–73.
2. *Krishnamoorthy K.* Handbook of statistical distributions with applications. – New York: Chapman and Hall/CRC, 2006. – 346 p.
3. *Крукун І.Г.* Арктангенс-регресія та оцінювання параметрів розподілу Коші // *Український математичний вісник.* – 2020. – **17**, № 2. – С. 196–214.
4. *Крукун І.* The arctangent regression and the estimation of parameters of the Cauchy distribution // *Journal of Mathematical Sciences.* – 2020. – **249**, No. 5. – P. 739–753.
5. *Крукун І.* New approach to statistical analysis of election results // *International Journal of Mathematical, Engineering, Biological and Applied Computing* – 2022. – **1**, No. 2. – P. 68–76.
6. *Myagkov M.* The forensics of election fraud: Russia and Ukraine. – New York: Cambridge University Press, 2009. – 289 p.
7. *Nigrini M.J.* Benford's law: applications for forensic accounting, auditing, and fraud detection. – Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2012. – 330 p.
8. *Rozenas A.* Detecting election fraud from irregularities in vote-share distributions // *Political Analysis.* – 2017. – **25**, № 1. – P. 41–56.

A NEW APPROACH TO THE STATISTICAL ANALYSIS OF NATURAL PHENOMENA

A new method of statistical analysis of natural phenomena is proposed. This method is based on the calculation of the ratio of two standard normal random variables and estimation of parameters of obtained sample and comparison of these estimates with known theoretical values of parameters.