

УДК 539.3

ДОСЛІДЖЕННЯ ІНФОРМАТИВНИХ ПАРАМЕТРІВ ОПТИЧНОГО МЕТОДУ НЕРУЙНІВНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ У СКІНЧЕНОМУ ПОРОЖНИСТОМУ ЦИЛІНДРІ

Леся Постолакі

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України*

lesya.postolaki@gmail.com

Розглянуто осесиметричну задачу для скінченного порожнистого циліндра $\{r_{in} \leq \xi \leq r_{out}, 0 \leq \theta \leq 2\pi, -b \leq \zeta < b\}$, де ξ , θ та ζ – радіальна, колова та осьова координати, r_{out} і r_{in} – зовнішній та внутрішній радіуси, $2b$ – довжина твірної циліндра. Торцеві поверхні $\zeta = \pm b$ є вільними від навантажень:

$$\sigma_{zz}|_{\zeta=\pm b} = 0, \quad \sigma_{rz}|_{\zeta=\pm b} = 0, \quad (1)$$

а на внутрішній та зовнішній циліндричних поверхнях задано нормальні й дотичні напруження:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}|_{\xi=r_{in}} &= \sigma_{in}(\zeta), \quad \sigma_{rz}|_{\xi=r_{in}} = \tau_{in}(\zeta), \\ \sigma_{rr}|_{\xi=r_{out}} &= \sigma_{out}(\zeta), \quad \sigma_{rz}|_{\xi=r_{out}} = \tau_{out}(\zeta). \end{aligned} \quad (2)$$

Для знаходження розв'язку задачі (1), (2) використано метод функції Лява χ , яка задовольняє бігармонічне рівняння [1]:

$$\nabla^2 \nabla^2 \chi = 0, \quad (3)$$

де $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2}$ – осесиметричний оператор Лапласа.

Розроблено варіаційний метод однорідних розв'язків [2] розв'язування задачі (1) – (3). Розв'язок подано у вигляді розвинення за повними системами функцій – однорідними розв'язками.

Реалізація варіаційного методу приводить до безмежної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Такий підхід з використанням методу редукції дає

зможу побудови достатньо точних числових розв’язків задачі для обмежених тіл з кутовими точками, зокрема – поставленої осесиметричної задачі для скінченного порожнистого циліндра. Виконані числові експерименти показали, що зі збільшенням кількості врахованих доданків у часткових сумах рядів, у які розвинуто компоненти тензора напружень та вектора переміщень, точність задоволення умов, заданих на поверхні циліндра, покращується.

На основі отриманого розв’язку задачі досліджено параметри, які можна визначати емпірично оптичним методом і використовувати як вхідні дані для обернених задач неруйнівного визначення напружено-деформованого стану.

На рис. 1 та 2 наведено значення компонент переміщень u_r та u_z як функцій осьової координати ζ для різних значень радіальної координати $\xi \in \{0.4, 0.55, 0.75, 1\}$ (криві 1–4 відповідно). Задачу розв’язано за таких вхідних даних: $\sigma_{in}(\zeta) = -\sigma_0 \exp(-\zeta^2/d_1^2)$, $\tau_{in}(\zeta) = 0$, $\sigma_{out}(\zeta) = 0$, $\tau_{out}(\zeta) = 0$, $d_1 = 0.15b$, $\sigma_0 = 1$, $r_{in} = 0.4$, $b = 2$.

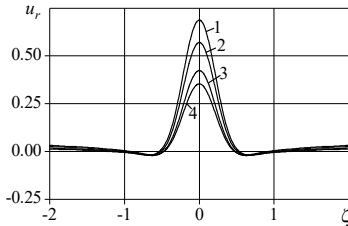


Рис. 1

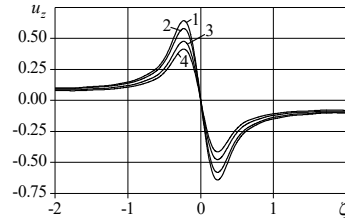


Рис. 2

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – Москва: Наука, 1975. – 576 с.
2. Chekurin V.F., Postolaki L.I. Axially symmetric elasticity problems for the hollow cylinder with the stress-free ends. Analytical solving via a variational method of homogeneous solutions // *Mathematical Modeling and Computing*. – 2020. – 7, No. 1. – P. 48-63.

ANALYSIS OF INFORMATIVE PARAMETERS OF AN OPTICAL METHOD FOR THE NON-DESTRUCTIVE DETERMINATION OF DISPLACEMENTS IN A FINITE HOLLOW CYLINDER

A problem on determining the stress-strain state of a hollow finite cylinder is solved using the variational method of homogeneous solutions. The method is used for theoretical analysis of displacements that can be determined empirically by the optical method and used as input data for inverse problems of non-destructive determination of the stress-strain state.