

УДК 539.3

## НЕЛІНІЙНІ МОДИ КОЛИВАНЬ І СКЛАДНА ПОВЕДІНКА МАЯТНИКОВОЇ СИСТЕМИ У МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Юлія Сурганова, Юрій Міхлін

*Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»*

yuliia.surhanova@khpri.edu.ua, yuri.mikhlin@gmail.com

В [1, 2] досліджено маятникову систему під дією електромагнітної сили. Ця ж робота присвячена дослідженню динаміки системи пов'язаних маятників з істотно відмінними інерційними характеристиками у магнітному полі, з урахуванням демпфування в системі. Методом багатьох масштабів побудовано нелінійні нормальні моди коливань [3, 4]. Використано апроксимацію Паде магнітного впливу, щоб найбільшою мірою задовольнити експериментальним даним.

Математична модель системи (рис. 1) подана безрозмірною системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \varepsilon \mu \ddot{\phi}_1 = \varepsilon \gamma M_{mag}^* (\phi_1) + \varepsilon M_{D_1}^* (\phi_1, \phi_2) + \varepsilon \mu M^{(g)*} (\phi_1) + M^{(k)*} (\phi_1, \phi_2), \\ \ddot{\phi}_2 = \varepsilon \gamma M_{mag}^* (\phi_2) + \varepsilon M_{D_2}^* (\phi_1, \phi_2) + M^{(g)*} (\phi_2) + M^{(k)*} (\phi_1, \phi_2), \end{cases} \quad (1)$$

де  $M_{mag}^*$  – магнітна сила;  $\lambda$  – інтенсивність магнітного впливу;  $M_{D_1}^*$  – демпфуючі моменти,  $M_{D_1}^* = -\left(\frac{C_1}{I} \dot{\phi}_1 + \frac{C_e}{I} (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)\right)$ , де  $C_1 \dot{\phi}_1, C_2 \dot{\phi}_2$  – моменти опору довкільця;  $C_e (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2), C_e (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1)$  – демпфуючі моменти, створювані пружним елементом;  $M^{(g)*}, M^{(k)*}$  – моменти, що створені силами тяжіння та пружними силами відповідно; де  $M^{(g)*} = -\frac{r}{I} \sin \phi_{1,2}$ ,  $r = mgs$ ,  $s$  – відстань між центром мас маятника і віссю обертання,  $m$  – маса найбільшого маятника;  $M^{(k)*} = \frac{-k_l}{I} (\phi_1 - \phi_2)$ ,  $k_l$  – жорсткість сполучного пружного елемента;  $\mu$  – коефіцієнт, що характеризує співвідношення мас двох маятників;  $I$  – момент інерції,  $I = 4ms^2$ ;  $\varepsilon$  – умовний малий параметр, що виділяє відносно малі складові в рівняннях руху.

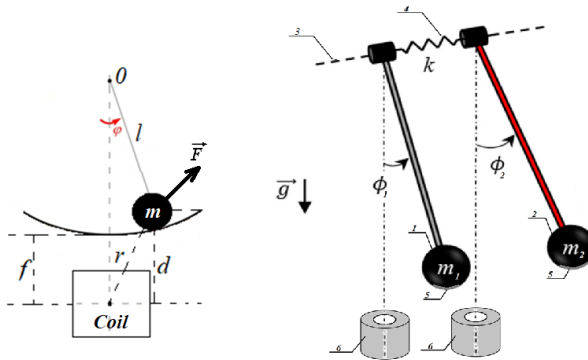


Рис. 1 Система пов'язаних маятників

Отримано як синфазну, так і локалізовану моди коливань. Аналітичний розв'язок порівняно з результатами чисельного моделювання, на основі методу Рунге – Кутти 4-го порядку, де для розрахунку мод коливань використовуються початкові значення змінних, визначених в аналітичному розв'язку. Чисельне моделювання, що включає також розрахунок частотного спектра і аналіз стійкості нелінійної нормальної моди при зміні параметрів системи і початкових кутів, дозволяє виявити як регулярну, так і нерегулярну поведінку системи.

1. Polczyński K., Wijata A., Awrejcewicz J., Wasilewski G. Numerical and experimental study of dynamics of two pendulums under a magnetic field // P. I. Mech. Enf I-J Sys. – 2019. – **233**. – P. 441–453.
2. Wijata A., Polczyński K., Awrejcewicz J. Theoretical and numerical analysis of regular one-side oscillations in a single pendulum system driven by a magnetic field // Mech. Syst. Signal Process. – 2021. – **150**. – 107229.
3. Avramov K.V., Mikhlin Yu.V. Review of applications of nonlinear normal modes for vibrating mechanical systems // Appl. Mech. Rev. – 2013. – **65**, No. 2. – 020801.
4. Mikhlin Yu.V., Avramov K.V. Nonlinear normal modes for vibrating mechanical systems. Review of theoretical developments // Appl. Mech. Rev. – 2010. – **63**, No. 6. – 060802.

#### NONLINEAR VIBRATION MODES AND COMPLEX BEHAVIOR OF A PENDULUM SYSTEM UNDER A MAGNETIC FIELD

*The paper is dedicated to investigations of local and coupled vibration modes of the damped system consisting of two connected pendulums having significantly different masses under the action of a magnetic force and a damper. Such modes are constructed using the multiple scales method; the stability of the modes is also analysed. Analytical results are compared with numerical simulation when the Runge-Kutta method and the spectrum presentation are used. An appearance of the complex behaviour when the system parameters change is found and investigated.*