

УДК 539.3

МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ АНАЛІЗУ ЗАДАЧ ПОРОПРУЖНОСТІ В НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Дмитро Бобилєв

Криворізький державний педагогічний університет

dmytrobobyliiev@gmail.com

Пористі матеріали можна охарактеризувати як тверді матеріали, що містять велику кількість з'єднаних між собою пор. Взаємне з'єднання пор забезпечує протікання рідини через матеріал. Гірські породи та глини є типовими прикладами пористих матеріалів. Також існують біологічні тканини та піноматеріали, які належать до цієї категорії.

Внутрішня структура або мікроструктура є ключовим фактором у розумінні та контролі макроскопічної поведінки цих матеріалів [1]. Мікромеханіка, яка базується на мікроскопічній структурі середовища та розробляє математичні моделі та інструменти для прогнозування загальної макрореакції, відіграє важливу роль в дослідженні пористих тіл. Отримані моделі та теорії перевіряються порівнянням з експериментально отриманими значеннями.

Моделювання поропружності вимагає поєднання двох законів. Першим із них є закон Дарсі, який описує зв'язок між рухом рідини та тиском у пористому середовищі. Відповідно до цього закону швидкість рідини прямо пропорційна різниці тисків на заданій відстані, в'язким властивостям рідини та здатності пористого матеріалу порушувати потік. Другий закон – структурне переміщення пористої матриці. Поропружність Біо визначає ці взаємозалежні співвідношення. Також розглядається метод апроксимації на дрібній сітці для моделювання в'язкопоропружності. Формулюванні ущільнення відбувається за рахунок повзучості твердих частинок скелета структури і залежить від тривалості дій навантаження.

Розглядаються задачі поропружності в тріщинуватих і неоднорідних середовищах. Для розв'язання задач використовується метод граничних елементів. Розглянемо спочатку задачу поропружності в обмеженій області Ω . Математична модель містить систему рівнянь для переміщення та тиску. Сили, прикладені до насиченого пористого середовища, частково розподіляються по твердому скелету, а частково – по наповненим порам. Перші напру-

ження викликають деформації скелета, тому їх називають ефективними. Враховуючи, що напруження додатні, коли вони розтягуються, і тиск додатній, коли відбувається стискання, принцип ефективної напруги представлений такими рівняннями [2]:

$$-div\sigma_T(u, p) = 0, \quad \sigma_T(u, p) = \sigma(u) - \alpha p I, \quad x \in \Omega,$$

де u – вектор переміщення, p – поровий тиск рідини, α – коефіцієнт Біо, σ_T – тензор напруження, σ – лінійні напруження. Рівняння класичної теорії пружності можна повністю визначити за допомогою двох матеріальних констант. Такою парою констант пружності може бути модуль Юнга E та коефіцієнт Пуассона ν . Іншими фундаментальними константами, які можуть використовуватися, є модуль об'ємного стиску K , модуль зсуву та стала Ламе, які пов'язані з коефіцієнтом Пуассона та модулем Юнга класичними співвідношеннями.

Співвідношення між тензором напружень і тензором деформацій визначається так:

$$\sigma(u) = \lambda \varepsilon_V I + 2\mu \varepsilon(u), \quad \varepsilon(u) = \frac{1}{2} (\nabla u + (\nabla u)^T),$$

де $\varepsilon(u)$ – об'ємна деформація, λ і μ – коефіцієнти Ламе.

Розв'язано низку задач, що засвідчили високу швидкість методу граничних елементів і точність отриманих числових результатів.

1. *D'Angelo C., Scotti A.* A mixed finite element method for darcy flow in fractured porous media with non-matching grids // *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis.* – 2012. – **46**, No. 2. – P. 465–489.
2. *Battiato I., Tartakovsky D., Tartakovsky A., Scheibe T.* Hybrid models of reactive transport in porous and fractured media // *Advances in Water Resources.* – 2011. – **34**, No. 9. – P. 1140–1150.

BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR ANALYSIS OF POROELASTICITY PROBLEMS IN HETEROGENEOUS MEDIA

Problems of poroelasticity in fractured and heterogeneous media are considered. The boundary element method is used to solve problems. The work focuses on the study of poroelasticity in a limited area.