УДК 621.396

МОДЕЛЮВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВИПРОМІНЮВАННЯ СЕРЕДОВИЩ З НЕРІВНОМІРНО РОЗМІЩЕНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ МАЛОГО РОЗМІРУ

Михайло Андрійчук, Борис Євстигнеєв

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України

andr@iapmm.lviv.ua, molnerats@gmail.com

Асимптотичний метод є одним із ефективних підходів при розв’язуванні задач розсіювання на сукупності малих тіл, оскільки він усуває сингулярну частину оператора інтегрального рівняння і дає можливість отримати добре обумовлену систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Це пояснюється тим, що сингулярний член у введеному асимптотичному (ефективному) полі можна опустити, в результаті чого отримуємо інтегральне рівняння другого роду з неособливим ядром; при цьому відповідна СЛАР має скінченну розмірність. У цій доповіді узагальнено запропонований в [1] підхід для випадку одного тіла з імпедансними граничними умовами на випадок багатьох тіл.

Поверхневий імпеданс малих частинок задається формулою

$$\xi_m(x_m) = h(x_m)/a^{\nu}, \tag{1}$$

де $x_m \in D_m$ – фіксована точка на поверхні m-ої частинки, а функція $h(x_m)$ є неперервною і дорівнює нулю поза D_m. Таке подання поверхневого імпедансу є фізично обґрунтованим, оскільки його абсолютна величина може бути довільно великою і виконується умова $\mathrm{Re}(h(x_m)) \geq 0$; $\nu \in (0,1]$ – число, яке дозволяє змінювати значення ξ_m у певному діапазоні. Параметр a визначає радіус або максимальний характерний розмір частинок, тобто

$$a = 0.5 \max\nolimits_{1 \leq m \leq M} (\mathrm{diam} D_m). \tag{2}$$

Малість підобласті D_m розуміється в сенсі $ka \ll 1$, k – хвильове число.

Ми припускаємо, що крайові умови на поверхні S_m частинки D_m мають вигляд

$$\mathbf{E}_t = -\xi_m (\mathbf{H}_t \times \mathbf{N}), \tag{3}$$

де «$\times$» позначає векторний добуток двох векторів.

Задача розсіювання ЕМ хвиль зводиться до визначення векторів $\mathbf{E}$ і $\mathbf{H}$, які задовольняють систему рівнянь Максвелла

http://iapmm.lviv.ua/mpmm2023/materials/mm07_34.pdf

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \ \nabla \times \mathbf{H} = -i\omega\varepsilon_0 \mathbf{E} \tag{4}$$

в області $D = \mathrm{R}^3 \setminus \bigcup_{m=1}^{M} D_m$.

Подамо вектори ЕМ поля як

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_{sc}, \ \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{sc}, \tag{5}$$

де вектори $\mathbf{E}_0$, $\mathbf{H}_0$ – падаючі поля, які задовольняють рівняння (4) у просторі $\mathrm{R}^3 \setminus D$; $\mathbf{E}_{sc}$ і $\mathbf{H}_{sc}$ – розсіяні поля.

Вектор $\mathbf{E}(x)$ шукатимемо у формі

$$\mathbf{E}(x) = \mathbf{E}_0(x) + \sum_{m=1}^{M} \nabla \times \int_{S_m} \mathbf{U}_m(t) g(x,t) dt, \tag{6}$$

де $\mathbf{U}_m(t) \in T_m$, T_m – множина тангенціальних до S_m неперервних векторних полів, $t \in S_m$, dt – елемент площі поверхні S_m,

$$g(x,t) = \frac{e^{ik|x-y|}}{4\pi |x-y|} \tag{7}$$

– функція Ґріна простору.

Функція $\mathbf{U}_m(t)$ може бути подана в термінах шуканого вектора $\mathbf{E}(x)$, що дозволяє задачу визначення даного вектора звести до розв'язання відповідної СЛАР. Розвязання цієї системи відбувається аналогічно випадку рівномірного розміщення включень. Перевагою запропонованого підходу є те, що не потрібно розв'язувати системи інтегральних рівнянь для визначення значень поля на поверхні включень. Результати числового моделювання ілюструють ефективність запропонованого підходу.

1. *Ramm A.G., Andriychuk M.I.* Calculation of electromagnetic wave scattering by a small impedance particle of an arbitrary shape // Math. Model. Nat. Phenom. – 2014. – **9**, No. 5. – P. 254–269.

MODELING THE RADIATION CHARACTERISTICS OF MEDIA WITH THE NONREGULAR INCLUSIONS OF SMALL SIZE

The solution to the problem of electromagnetic wave scattering on a set of small-size impedance particles is derived by the asymptotic approach. Particles are located in a homogeneous domain with constant material parameters ε_0 *and* μ_0*. The solution is derived under the condition* $a \to 0$*, where* a *is the characteristic size of the particle; further, the number* $M(a)$ *of particles tends to infinity at a specific rate. The procedure consists of derivation of the explicit form of a solution that excludes the necessity to solve the respective boundary integral equation for determination of the fields at the surface of particles and thus avoids integrating the Green function derivatives, which are in the kernel of this equation.*