

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕНЕСЕННЯ В ШАРІ ЗА НАЯВНОСТІ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ НА ЙОГО ПОВЕРХНЯХ

Ольга Чернуха^{1,2,a}, Юрій Білуцак^{1,2,b}, Анастасія Чучвара^{1,c}, Галина Білуцак^{2,f}

¹Інститут прикладних проблем механіки і математики ім.Я.С.Підстригача НАН України, м. Львів,
^acher@cmm.lviv.ua, ^bbil@cmm.lviv.ua, ^cdavydoka@gmail.com

²Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, ^fhalyna.i.bilushchak@lpnu.ua

Розвиток підходів і методів математичного опису нерівноважних процесів різної фізичної природи в природних або штучних об'єктах спричинений необхідністю побудови ефективних методик і оцінок для достовірного прогнозування процесів та явищ для вчасного запобігання їх негативного розвитку. Проте не завжди є можливим коректно задати крайові умови на поверхні на основі фізичних міркувань навіть у доволі загальному вигляді. У цій доповіді розглянуто крайову задачу параболічного типу, що описує процеси перенесення тепла, маси, заряду, тощо, в шарі, коли на одній з поверхонь наявні експериментальні дані щодо шуканої функції.

Розглядається процес перенесення в шарі $\rho \partial f(t, x) / \partial t = d \partial^2 f(t, x) / \partial x^2$, де ρ , d – сталі коефіцієнти. Початкова умова є нульовою і на верхній поверхні шару діє стале джерело $f(t, x)|_{t=0} = 0$, $f(t, x)|_{x=0} = f_* \equiv \text{const}$.

На нижній поверхні задано експериментальні дані в N моментах часу, як наведено у таблиці.

Табл. 1. Експериментальні дані на нижній границі шару

t	t_1	t_2	...	t_i	...	t_N
$f(t) _{x_0}$	$f_{x_0}(t_1)$	$f_{x_0}(t_2)$...	$f_{x_0}(t_i)$...	$f_{x_0}(t_N)$

За експериментальними даними методом найменших квадратів побудовано лінійну регресію, яка розглядається як гранична умова [1]. Розв'язок сформульованої крайової задачі отримано за допомогою скінченного інтегрального перетворення Фур'є.

Проаналізовано вплив таких статистичних характеристик вибірки експериментальних даних як обсяг вибірки, коваріація, дисперсія часової змінної і дисперсія відгуків, а також коефіцієнт кореляції на коефіцієнти лінійної регресії, побудованої за цими даними [2]. Визначена двостороння статистична оцінка розв'язку крайової задачі через коефіцієнти лінійної регресії, яку проаналізовано відносно впливу обсягу вибірки і коваріації.

Встановлено надійні інтервали для коефіцієнтів рівняння регресії із заданим рівнем надійності. Визначено відповідні надійні інтервали для шуканої функції на основі отриманого розв'язку крайової задачі, причому їх межі виз-

начено за межами надійних інтервалів для коефіцієнтів лінійної регресії. Показано, що чим більші абсолютні значення набуває шукана функція тим більшою є ширина надійного інтервалу. Відзначено, що чим меншою є дисперсія вибірки експериментальних даних, тим меншою є ширина надійного інтервалу для розв'язку сформульованої крайової задачі.

Отримано та проаналізовано формулу для визначення на основі критерію Фішера двосторонньої критичної області. Досліджено на конкретних прикладах вплив статистичних характеристик вибірки експериментальних даних щодо шуканої функції на нижній границі шару. Розглянуто випадок вибірок великого і малого обсягів, які характеризуються великою або малою дисперсією, на великих або малих часових інтервалах. На рис.1 проілюстровано розв'язки крайової задачі $f(t,x)$ та відповідні двосторонні критичні області для малих (рис. а) і великих моментів часу (рис. б) для вибірки з малою дисперсією для великого часового інтервалу вимірів, $N = 12$.

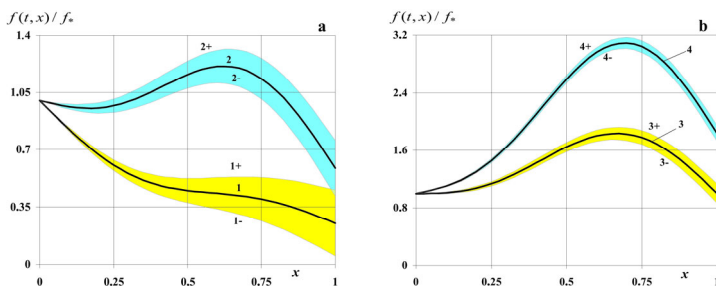


Рис. 1. Розв'язки крайової задачі $f(t,x)$ та відповідні двосторонні критичні області для малих (рис. а) і великих моментів часу (рис. б)

Проведений чисельний аналіз розв'язку крайової задачі залежно від статистичних характеристик вибірки. Встановлено, що для більшої дисперсії часової змінної характерно зменшення значень розв'язку задачі в усій області тіла, а для більших значень дисперсії відгуків – збільшення значень шуканої функції. Збільшення коефіцієнта кореляції призводить до зростання значень розв'язку задачі і утворення його локального або глобального максимуму у нижній половині шару.

1. Probability Theory and Mathematical Statistics / Edited by *B. Grigelionis*. – Publisher: De Gruyter. 2020. – 624 p.
2. *Бахрушин В.С.* Методи аналізу даних. – Запоріжжя: КПУ. 2011. – 268 с.

MATHEMATICAL MODELING OF TRANSFER PROCESSES IN A LAYER UNDER EXPERIMENTAL DATA AT THE BODY BOUNDARY

The mathematical model of the transfer processes in a layer is proposed in the case of presence only experimental data on the desired function at certain moments. Using the LSM, a linear regression is built, investigated and considered as a boundary condition.