

ОДНА ОСОБЛИВІСТЬ ЕВОЛЮЦІЇ ПОЧАТКОВОГО ПРОФІЛЮ НЕЛІНІЙНО ПРУЖНИХ ХВИЛЬ

Василь Юрчук

Інститут механіки НАН України ім. С.П.Тимошенка, м. Київ, vasil_2008@ukr.net

У доповіді наведено огляд праць, які стосуються вивчення нелінійних хвиль в пружних матеріалах. Сформульовано і проаналізовано задачу про еволюцію чотирьох типів хвиль з різними початковими профілями: плоскої поздовжньої гармонічної хвилі і циліндричної крутильної хвилі з профілем у вигляді косинусоїдальної функції та двох поодиноких хвиль (плоска та циліндрична) з профілями у вигляді функцій Гаусса і Макдональда. Нелінійність усіх розглянутих типів хвиль визначається застосуванням нелінійно пружної п'ятиконстантної моделі Мернагана [1].

Хвильове рівняння для плоскої поздовжньої хвилі за умови поширення хвилі вздовж осі абсцис Ox_1 є таким [1]:

$$\rho u_{1,tt} - (\lambda + 2\mu) u_{1,11} = N_1 u_{1,11} u_{1,1}. \quad (1)$$

Для циліндричної радіальної хвилі у відповідній системі це рівняння має вигляд [1]

$$v_L^2 (1 - \tilde{N}_1 u_{r,r}) \left(u_{r,rr} + \frac{1}{r} u_{r,r} - \frac{u_r}{r^2} \right) - u_{r,tt} = 0. \quad (2)$$

У випадку циліндричної крутильної хвилі, яка поширюється вздовж координати z , хвильове рівняння набуває вигляду [2]

$$\left\{ v_T^2 \left[1 - \frac{B}{2\mu} \right] \left[(\tilde{u}_{\vartheta,r})^2 + \frac{1}{r} \tilde{u}_{\vartheta,r} \tilde{u} + \frac{2}{r^2} \tilde{u}_{\vartheta}^2 + (\tilde{u}_{\vartheta,z})^2 \right] \right\} \times \\ \times \left(\tilde{u}_{\vartheta,rr} + \frac{1}{r} \tilde{u}_{\vartheta,r} \left(-\frac{1}{r^2} + \omega^2 \right) \tilde{u}_{\vartheta} + \tilde{u}_{\vartheta,zz} \right) = 0. \quad (3)$$

Досліджено особливості еволюції початкових профілів хвиль.

а) Плоска поздовжня гармонічна хвиля (профіль – косинусоїдальна функція).

На рис. 1 показані початковий і актуальний профілі і особливість, яка є предметом уваги даної доповіді. Особливість полягає в перетворенні одного верхнього максимуму у два.

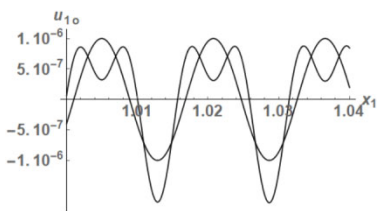


Рис. 1

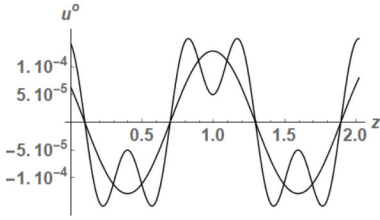


Рис. 2

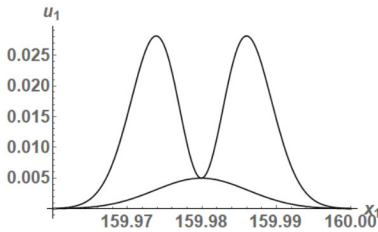


Рис. 3

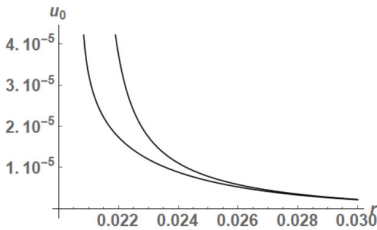


Рис. 4

б) Крутильна гармонічна хвиля (профіль – косинусоїдальна функція).

На рис. 2 показано початковий профіль у вигляді першої гармоніки і актуальний профіль з двома локальними максимумами. Отже, в актуальному профілі з'являються два максимума замість одного в початковому профілі.

в) Плоска поздовжня хвиля Гаусса (початковий профіль – функція Гаусса).

На рис. 3 нижня крива відповідає початковому профілю, а верхня – актуальному профілю. Виявлена особливість полягає у появі в актуальному профілі двох локальних максимумів замість одного в початковому профілі.

г) Циліндрична радіальна хвиля за умови поширення хвилі вздовж радіуса (початковий профіль функція Макдональда).

На рис. 4 верхня крива відповідає актуальному профілю, а нижня – початковому профілю. Тут виявлена на попередніх рисунках особливість появи другого локального максимуму не спостерігається.

Показано, що три з проаналізованих типів хвиль утворюють в актуальному профілі новий локальний максимум, а четверта хвиля з монотонно спадаючим профілем не породжує такого ефекту.

1. *Rushchitsky J. J.* Nonlinear elastic waves in materials. – Heidelberg: Springer, 2014. – 455 p.
2. *Rushchitsky J. J., Sinchilo S. V., Yurchuk V. M.* New nonlinear wave equations for analysis of torsional elastic waves and modeling // *Int. Appl. Mech.* – 2023. – **59**, No. 6. – С. 641 – 651.

A FEATURE OF EVOLUTION OF THE INITIAL PROFILE OF NONLINEAR ELASTIC WAVES

A scenario of four types of nonlinear elastic waves in materials is analyzed. It is shown that three of the analyzed waves have a feature in the graphs of the evolution of the initial profile, which consists in the formation of a new hump. An initial profile in the form of a monotonically decreasing function without a hump does not generate humps in the profile.