

ВИЗНАЧЕННЯ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ НАПРУЖЕНЬ В АНІЗОТРОПНОМУ КОМПОЗИТНОМУ КЛИНІ ЗА ПОЗДОВЖНЬОГО ЗСУВУ

Микола Махоркін^{1,2}, Ігор Махоркін¹

¹Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, м. Львів,

²Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів

Розглянуто поздовжній зсув складеного анізотропного клину, утвореного сполученням довільної кількості різнорідних клинів, виготовлених із матеріалів з циліндричною анізотропією. Подібна задача для двокомпонентного клину розглянута у роботі [1]. Запропоновано алгоритм побудови виразів, що описують напружено-деформований стан в композитному клині з довільної кількості елементів. Алгоритм ґрунтується на використанні апарату узагальнених функцій і перетворення Мелліна та успішно використовувався при вивченні багатоклинових систем, елементи яких виготовлені з ізотропних матеріалів.

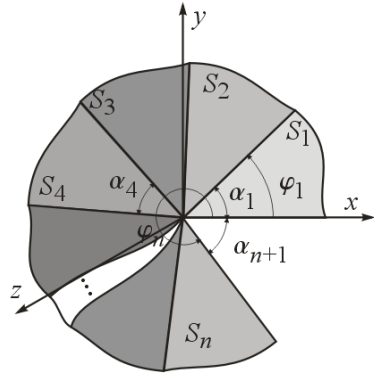


Рис. 1

Анізотропний клин (рис. 1) складено із довільної кількості n різнорідних клинів S_i , $i = \overline{1, n}$ з кутами розхилу α_i , $\sum_{i=1}^n \alpha_i \leq 2\pi$ виконаних із ортотропних матеріалів з циліндричною анізотропією, з'єднаних по своїх бокових поверхнях. Задачу з'ясування напружено-деформованого стану такого клину розв'язуватимемо в циліндричній системі координат (ρ, φ, z) , вважаючи при цьому, що зсув відбувається у напрямку осі Oz , початок якої збігається із вершиною композитного клину, а площина відліку кута (площина $\varphi = 0$) збігається з його відповідною боковою поверхнею. На бічних сторонах клину ($\varphi = 0$ та $\varphi = \varphi_n$), задані умови першої, другої або змішаної задачі теорії пружності. Поверхням з'єднання суміжних клинів S_j та S_{j+1} $j = \overline{1, n-1}$ відповідають поверхні $\varphi_j = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_j$.

Використовуючи методики постановки узагальненої задачі спряження для багатоклинової системи [2] задача визначення напружено-деформованого стану анізотропного пружного композитного клина зведена до відшукування

розв'язку частково виродженого диференціального рівняння з відповідними крайовими умовами першої, другої чи змішаної задачі теорії пружності. Як і в праці [2], використовуючи для розв'язування отриманого рівняння перетворення Мелліна, записано загальні вирази для опису напружено-деформованого стану клину.

У випадку двохелементного композитного клину побудовано характеристичні рівняння, для з'ясування порядку сингулярності поля напружень $\lambda = p - 1$ поблизу точки сходження клинів матимуть таку структуру:

для першої крайової задачі –

$$\begin{aligned} & \sin[a_2^* p (\varphi_1 - \varphi_2)] \left\langle a_2^* b_{11} \left((a_1^*)^2 + d_1^2 \right) \cos[a_2^* p (\varphi_2 - \varphi_1)] \sin[a_1^* p \varphi_1] - \right. \\ & \left. - \left[(a_1^*)^2 b_{11} d_2 + d_1 (b_{11} d_1 d_2 - b_{12} \left((a_2^*)^2 + d_2^2 \right)) \right] \sin[a_1^* p \varphi_1] \right\rangle = 0; \end{aligned}$$

для другої крайової задачі –

$$\begin{aligned} & (a_1^* b_{11} \cos[a_1^* p \varphi_1] + (b_{11} d_1 - b_{12} d_2) \sin[a_1^* p \varphi_1] + \\ & + a_2^* b_{12} \cos[a_2^* p (\varphi_2 - \varphi_1)] \sin[a_1^* p \varphi_1]) \sin[a_2^* p (\varphi_2 - \varphi_1)] = 0. \end{aligned}$$

Використовуючи описану методику, отримано співвідношення для випадку систем, складених із двох та трьох клинів. Здійснено дослідження залежності порядку сингулярності напружень в околі вершини двокомпонентного композитного клина від механічних та геометричних характеристик його складових.

1. Акоюн В. Н. Смешанные граничные задачи о взаимодействии сплошных деформируемых тел с концентраторами напряжений различных типов. – Ереван: Гитутюн, 2014. – 322 с.
2. Makhorkin M., Makhorkina T., Pukach P. Математичне моделювання напружено-деформованого стану композитних клиноподібних елементів конструкцій // Вісник Львівського національного аграрного університету: агроінженерні дослідження. – 2021. – 24. – Р. 121–130.

DETERMINATION OF STRESS SINGULARITIES IN AN ANISOTROPIC COMPOSITE WEDGE UNDER LONGITUDINAL SHEAR

The longitudinal shear of a composite anisotropic wedge is considered. Based on the use of the apparatus of generalized functions and Mellin transform, an algorithm for constructing expressions of the stress-strain state in in this wedge is proposed. The singularity of stresses in two- and three-component orthotropic wedges is studied.