

## ПРО СТАБІЛІЗАЦІЮ ОБЕРТАННЯ У СЕРЕДОВИЩІ З ОПОРОМ ВІЛЬНОГО ГІРОСКОПА ЛАГРАНЖА З ІДЕАЛЬНОЮ РІДИНОЮ ЗА ДОПОМОГОЮ ОБЕРТАННЯ ЙОГО ЧАСТИН

Юрій Кононов

Інститут прикладної математики і механіки НАН України, м. Слов'янськ

Розглянуто задачу про можливість стабілізації нестійкого обертання у середовищі з опором вільного гіроскопа Лагранжа з ідеальною рідиною за допомогою обертання його частин. На підставі відомих рівнянь руху системи зв'язаних гіростатів П.В. Харламова і функції стану С.Л. Соболева для ідеальної рідини виведено рівняння обертання у середовищі з опором вільної системи двох і трьох пружно зв'язаних гіроскопа Лагранжа, один із яких має порожнину, повністю заповнену ідеальною нестисловою рідиною. Тверді тіла з'єднані пружними відновлюваними сферичними шарнірами. Отримано трансцендентне характеристичне рівняння збуреного рівномірного обертання для двох ( $n = 2$ ) і трьох ( $n = 3$ ) гіроскопів Лагранжа, один із яких має довільну осесиметричну порожнину з ідеальною рідиною. З урахуванням основного тону коливання рідини отримано характеристичне рівняння п'ятого порядку для  $n = 2$  і сьомого порядку для  $n = 3$ . На підставі критерію Льенара – Шіпара, записаного в інвартному вигляді, вписані умови асимптотичної стійкості рівномірного обертання гіроскопів Лагранжа та рідини відносно коефіцієнтів пружності шарнірів і кінетичних моментів його частин, що обертаються. Виконано аналітичні дослідження цих умов. Отримані умови стабілізації є точними для еліпсоїдальної порожнини і наближеними для всіх інших осесиметричних порожнин. Наприклад, для  $n = 2$  доведено, що коли перший тон коливання рідин є більшим за одиницю, то це є достатнім, щоб при зростанні коефіцієнта пружності шарніру була можлива стабілізація нестійкого обертання у середовищі з опором вільного гіроскопа Лагранжа з рідиною за допомогою обертання його частини. Для еліпсоїдальної порожнини це означає, що вона повинна бути стиснута вздовж осі обертання. Проведено порівняння отриманих умов стійкості з умовами стійкості при відсутності дисипативних і постійних моментів.

Характеристичні рівняння при  $n = 2$  і  $n = 3$  відповідно мають вигляд [1–3]:

$$\begin{vmatrix} F_1 & \mu_1 \lambda^2 \\ \mu_1 \lambda^2 & F_2 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{і} \quad \begin{vmatrix} F_1 & \mu_1 \lambda^2 & \mu_2 \lambda^2 \\ \mu_1 \lambda^2 & F_2 & \mu_3 \lambda^2 \\ \mu_2 \lambda^2 & \mu_3 \lambda^2 & F_3 \end{vmatrix} = 0,$$

Тут  $F_2 = A'_2 \lambda^2 + (iC_2 \omega_0 + D_2) \lambda + k_1 + k_2 - \lambda^2 (i\lambda - \omega_0) \sum_{l=1}^{\infty} E_l / (i\lambda - \tilde{\lambda}_l)$ ,  $E_l = 2a_l^2 / N_l^2$ ,

$\tilde{\lambda}_l = \omega_0 - \lambda_l = \omega_0 \lambda'_l$ ,  $\lambda'_l = 1 - 2/\kappa_l$  (для  $n = 2$  маємо  $k_2 = 0$ );  $F_i = A'_i \lambda^2 + (i\tilde{C}_i + D_i) \lambda + k_{i-1} + k_i$ ,  $k_0 = k_3 = 0$ ,  $\tilde{C}_i = C_i \omega_{0i}$  ( $i = 1, 3$ ). При  $n = 3$  буде:

$$A'_1 = A_1 + m_1 m_{23} c_1^2 / m,$$

$$A'_3 = A_3 + m_3 m_{12} c_3^2 / m, \mu_1 = m_1 c_1 (m_2 c_2 + m_3 s_2) / m, \mu_2 = m_1 m_3 c_1 c_3 / m, \quad (1)$$

$$\mu_3 = m_3 c_3 [m_1 s_2 + m_2 (s_2 - c_2)] / m, m = m_1 + m_2 + m_3, m_{kl} = m_k + m_l,$$

а при  $n = 2$  у коефіцієнтах (1) слід покласти масу третього гіроскопа з рідиною  $m_3 = 0$ .

Слід зазначати, що задача про обертання у середовищі з опором системи пружно зв'язаних твердих тіл з рідиною (СПЗТТР) має їй самостійний науковий і практичний інтерес, оскільки багато об'єктів сучасної техніки можуть бути представлені та досліджені у вигляді СПЗТТР.

*Дослідження виконані в рамках конкурсної тематики НАН України № 2-19-П (науково дослідна робота за темою ВБ-15-18-21/479) та були частково підтримана грантом від Фонду Сімонса (PD-Ukraine-00010584, Президентські дискреційні гранти на підтримку України, одержувач Кононов Ю.М.).*

1. *Кононов Ю. М., Світенко Я. І. Stabilization of spinning Lagrange gyroscope filled with ideal fluid in a resisting medium // Int. Appl. Mech. – 2023. – 59, No. 2. – P. 207 – 217.*
2. *Кононов Ю.М. Про стійкість обертання у середовищі з опором вільної системи двох твердих тіл, зв'язаних пружним сферичним шарніром і маючих порожнини з рідиною // Український математичний вісник – 2024. – 21, № 2. – С. 38 – 52.*
3. *Кононов Ю.М. Про стійкість обертання у середовищі з опором вільної системи трьох пружно зв'язаних твердих тіл // Прикладна механіка – 2024. – 60, № 5 (у друці).*

#### ON THE STABILIZATION OF ROTATION IN A MEDIUM WITH RESISTANCE OF A FREE LAGRANGE GYROSCOPE WITH AN IDEAL FLUID USING THE ROTATION OF ITS PARTS

*Based on the well-known equations of P. V. Kharlamov and the state function of S. L. Sobolev, the possibility of stabilizing the unstable rotation in a resisting medium of a Lagrange gyroscope with an ideal fluid due to the rotation of its elements is considered.*