

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ЗВАЖЕНИХ ЗАЛИШКІВ ДО ЗАДАЧ НАГРІВУ СТРУКТУРНО НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ

Євгеній Ірза

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів,
Evgen_Irza@ukr.net

Запропоновано методику розрахунку термонапруженого стану структурно неоднорідних тіл при нагріві. Розроблено числовий алгоритм розв'язання відповідних задач на основі методу зважених залишків в поєднанні з методом скінчених елементів. Методика розрахунку термонапруженого стану в структурно неоднорідних тілах при нагріві передбачає: математичну постановку задачі; розробку числового алгоритму пошуку розв'язку; програмну реалізацію числового алгоритму.

Температурне поле й напружено-деформований стан тіла у процесі нагріву визначають параметри стану ($t(\vec{r}, \tau)$ – температура; $\hat{\sigma}(\vec{r}, \tau)$ – тензор напружень; $\hat{\varepsilon}(\vec{r}, \tau)$ – тензор деформацій; $\vec{u}(\vec{r}, \tau)$ – вектор переміщень), які пов'язані між собою, з фізичними і геометричними параметрами тіла та зовнішніми діями, заданими вектором силового навантаження \vec{p} та функцією теплового навантаження $h(\tau)$, системою рівнянь

$$L_i(\vec{r}, \tau, t, \hat{\sigma}, \hat{\varepsilon}, \vec{p}, \vec{u}, h) = 0, \quad i = \overline{1, n_0}, \quad (1)$$

де через L_i позначено нелінійні інтегро-диференціальні оператори; τ – час; \vec{r} – просторова координата. Зазначимо, що в цю систему рівнянь назагал входять рівняння руху, геометричні співвідношення між деформаціями і переміщеннями, феноменологічні співвідношення, які пов'язують компоненти тензорів напружень і деформацій, початкові та крайові умови.

Систему рівнянь (1) в загальному випадку можна розглядати як систему нелінійних диференціально-інтегральних рівнянь. Припускається, що початкові і крайові умови включені в систему (1). Система рівнянь (1) при заданих теплових навантаженнях $h(\tau)$, зовнішній силі \vec{p} і параметрах конструкції повинна бути замкненою і визначати параметри стану, які характеризують термонапружений стан тіла.

Віднайдення параметрів стану при заданій функції $h(\tau)$, яка характеризує теплове навантаження, є метою даної роботи.

Оскільки вихідна система диференціально-інтегральних рівнянь є нелінійною і геометрична конфігурація області, яку займає тіло, часто є досить складною, виникає необхідність використання універсальних

числових методів для розв'язування даного класу задач. Одним з таких методів є метод зважених залишків в поєднанні з скінченно-елементним підходом [1].

В розглядуваному підході алгоритм розв'язання даних задач методом зважених залишків в поєднанні з методом скінченних елементів включає:

- дискретизацію області скінченними елементами;
- апроксимацію невідомих функцій на елементі розбиття;
- отримання на цій основі системи алгебраїчних рівнянь відносно значень невідомих функцій у вузлах і алгоритм розв'язку цієї системи.

Застосування методу зважених залишків в поєднанні з методом скінченних елементів до системи рівнянь (1) приводить до системи алгебраїчних рівнянь для невідомих $\{U\}$ значень функції у вузлах розбиття.

Отриману систему можна записати як

$$[K]\{U\} = \{F\}. \quad (2)$$

Тут $\{K\}$ – глобальна матриця жорсткості; $\{F\}$ – вектор навантаження, які мають конкретний вигляд в залежності від порядку диференціально-інтегральних операторів L_i (при цьому крайові умови враховані в отриманій системі). В загальному випадку система алгебраїчних рівнянь (2) є нелінійною і може бути розв'язана за допомогою відповідного ітераційного методу.

Як приклад розв'язано задачу знаходження термонапруженого стану в структурно неоднорідному пустотілому циліндрі, який перебуває під дією теплового навантаження. Проведений числовий аналіз отриманих розв'язків.

1. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. Finite element method: Vol 1. The basis. – London: Butterwoth Heinemann, 2000. – 689 p.

APPLICATION APPLICATION OF THE METHOD OF SUSPENDED RESIDUES TO THE PROBLEMS OF HEATING STRUCTURALLY HETEROGENEOUS BODIES

A method of calculating the thermal stress state of structurally heterogeneous bodies during heating is proposed. A numerical algorithm for solving the relevant problems was developed based on the method of weighted residuals in combination with the method of finite elements.