

ХРЕСТОПОДІБНІ ХВИЛІ В РІДИНІ В ЧАСТКОВО ЗАПОВНЕНОМУ «СПІВАЮЧОМУ БОКАЛІ»

Тетяна Краснопольська

Інститут гідромеханіки НАН України, м. Київ, krasnopolaska1005@gmail.com

Усім відомий звук, який видає «співаючий бокал», коли зволожений палець рівномірно рухається по обідку бокалу, приводячи його у вібрацію. Це явище було темою багатьох досліджень, більшість з яких були експериментальними і зосереджувалися на генерації звукових хвиль та пружній деформації віброуючого бокалу. Було встановлено, що основним режимом коливань бокалу є вимушена хвиля, з чотирма вузлами, рівномірно розташованими вздовж циліндричної скляної стінки. Коли такий співаючий бокал частково заповнити рідиною (яка змінює частоту звуку), можна спостерігати ще одну дивовижну особливість: складний візерунок хвиль на вільній поверхні рідини. При достатньому освітленні можна спостерігати хвилі, безпосередньо зумовлені вібрацією стінки в режимі з чотирма вузлами, що рухаються в окружному напрямку з тією ж швидкістю, що й палець, який рухається ([1, 5, 6]). Однак у цій картині домінують так звані «хрестоподібні хвилі» або «крайові хвилі», гребені яких перпендикулярні до віброуючої циліндричної скляної стінки. Ці короткі стоячі хвилі були описані ще Фарадеєм [1].

Гарретт [2] був першим, хто описав, як передається енергія від хвилепродуктора до хрестоподібної хвилі в математичному підході, який включає в себе вертикальний середній рух вільної поверхні. Однак, вертикальний середній рух вільної поверхні не є достатнім для передачі енергії до хрестоподібних хвиль у довгому басейні. Тому хрестоподібні хвилі повинні отримувати свою енергію якимось чином безпосередньо від хвилепродуктора. Нелінійна теорія для пояснення хрестоподібних хвиль була розроблена в дослідженнях Махоні [9], Джонса [4], Ліхтера [8], Майлза [10]. Проте всі вони використовували відоме рішення Хейвелока [3], отримане для хвиль в напівнескінченному басейні.

Метою цієї доповіді є пояснення та моделювання виникнення хрестоподібних хвиль на вільній поверхні рідини, що міститься в «співаючому бокалі» [6]. Для спрощення математичного аналізу віброуючий бокал моделюється як циліндричний контейнер, що здійснює коливання в вимушеному режимі і частково заповнений нев'язкою рідиною. коефіцієнтами, що є функціями осьової координати. Ми застосовуємо метод суперпозиції, який дає чіткіше уявлення про зв'язок між вібрацією циліндра і хвильовим рухом рідини на вільній поверхні. Вперше цей метод був використаний Ламе [7, 5, 6] в контексті задач теорії пружності. Цей метод дозволяє побудувати прості-

шу математичну модель, яка показує, як хрестоподібна хвиля може генеруватися безпосередньо рухом хвилепродуктору, вимушеними поверхневими хвилями на циліндриній поверхні.

1. *Faraday M.* On a peculiar class of acoustical figures and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces // *Philos. Trans. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci.* – 1831. – **121**. – P. 299–340.
2. *Garrett C.J.R.* Cross waves // *J. Fluid Mech.* – 1970. – **41**. – P. 837–849.
3. *Havelock T.H.* Forced surface waves on water // *Phil. Mag. (Ser. 7)*. – 1929. – **8**. – P. 569–576.
4. *Jones A.F.* The generation of cross-waves in a long deep channel by parametric resonance // *J. Fluid Mech.* – 1984. – **138**. – P. 53–74.
5. *Krasnopolskaya T.S., van Heijst G.J.F.* Wave pattern formation in a fluid annulus with a vibrating inner shell // *J. Fluid Mech.* – 1996. – **328**. – P. 229–252.
6. *Krasnopolskaya T.S., van Heijst G.J.F.* Fluid surface waves in a partially filled 'singing wine glass' // *EJM/B Fluids*. – 2018. – **67**. – P. 116–124.
7. *Lamé G.* Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides. – Paris: Bachelier. – 1852. – 384 p.
8. *Lichter S., Underhill W.B.* Mode-number shifting of nonlinear cross-waves // *Phys. Rev. A*. – 1987. – **35**. – P. 5282–5284.
9. *Mahony J.J.* Cross-waves. Part 1, Theory // *J. Fluid Mech.* – 1972. – **55**. – P. 229–244.
10. *Miles J.W.* Parametrically excited, standing cross-waves // *J. Fluid Mech.* – 1988. – **186**. – P. 119–127.

CROSS-WAVES AT FLUID IN A PARTIALLY FILLED 'SINGING WINE GLASS'

Using the superposition method, the appearance and structure of cross-waves at the free surface of the liquid contained in the 'singing glass' was explained. The cross-waves have crests perpendicular to the vibrating wall, as in the case of a 'singing glass' driven by a moistened finger moving uniformly along the edge of the glass. According to experimental studies, forced waves on the cylindrical surface have four nodes (that is, have two waves in the azimuthal direction), two mathematical models were developed to explain the appearance of cross-waves at the free surface of a fluid contained in a cylindrical glass, brought to vibration by a moistened finger. A graphical representation of the height of the free surface with three eigenmodes shows the main features of the wave patterns observed in the singing glass. Cross-waves, as Faraday wrote, are the result of the wave-maker 'vibrating motion in directions perpendicular to force applied'. In his pioneering experiments, Faraday also observed the occurrence of cross-waves at the fluid surface in the 'singing glass' full of water. He noticed that there are four nodal points on the side wall vibrations of the glass: under the finger, opposite the finger and in the middle distance to finger.