

ТЕРМОНАПРУЖЕННЯ У ДОВГОМУ ПОРОЖНИСТОМУ ТЕРМОЧУТЛИВОМУ ЦИЛІНДРІ, ВИГОТОВЛЕНОМУ З ФУНКЦІЙНО-ГРАДУЙОВАНОГО МАТЕРІАЛУ

Галина Гарматій¹, Богдан Калиняк², Михайло Глобчак³

^{1,2}Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів,
¹galynaharmatiy@gmail.com, ²b-kalynyak@litech.net,

³Національний Університет "Львівська політехніка", м. Львів, mykhailo.v.hlobchak@lpnu.ua

При проектуванні елементів конструкцій з функційно-градуйованого матеріалу (ФГМ) важливим є визначення та дослідження спільного впливу на їх термонапружений стан залежності характеристик матеріалу від координат і температури. У розв'язаній незв'язаній квазістатичній задачі термопружності для довгого порожнистого циліндра також враховано залежності від часу теплових навантажень на його поверхнях.

Відповідну нелінійну нестационарну крайову задачу теплопровідності розв'язано чисельно методом прямих. В цьому підході процес розв'язування складається з двох частин: просторової дискретизації та чисельного інтегрування по часу. Для просторової дискретизації використано інтегро-інтерполяційний метод [1]. Отримана задача Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь розв'язана за допомогою формул диференціювання назад [2].

Напружений стан, викликаний температурним полем та силовими навантаженнями, визначено на основі зведення задач пружності до інтегральних рівнянь методом безпосереднього інтегрування [4].

Чисельні дослідження проводились в діапазоні температур від 300 К до 800 К з експоненціальним зростом від часу температури на межах циліндра, виготовленого з двокомпонентного матеріалу (Al_2O_3 , Ni). Характеристики двокомпонентного матеріалу описано моделлю простої суміші [3] з концентрацією $S(\rho)$ одного матеріалу в іншому у вигляді степеневого закону $S(\rho) = [(\rho - \rho_1) / (1 - \rho_1)]^s$, де ρ – радіальна координата, віднесена до зовнішнього радіуса циліндра, ρ_1 – внутрішній радіус, $s > 0$. На рис.1, 2 наведено розподіли температури у градусах Кельвіна та напружень у мегапаскалях у різні моменти часу. Суцільними лініями зображено температурне поле та напруження з врахуванням температурної залежності характеристик матеріалу, а штриховими – при сталій температурі 300 К. Теплообмін відбувається за законом Ньютона з коефіцієнтами тепловіддачі 750 і 10000, змінами температур середовища за законом $t_{c_i}(\tau) = (t_c - t_p)(1 - e^{-k_i \tau})$, $i = 1, 2$; $k_1 = 1000$, $k_2 = 10$ відповідно на внутрішній та зовнішній поверхнях; $t_p = 293K$, $t_c = 1073K$.

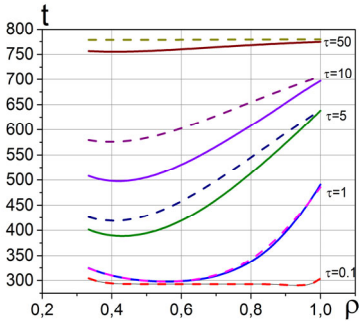


Рис.1. Розподіл температури t при різних значеннях часу τ

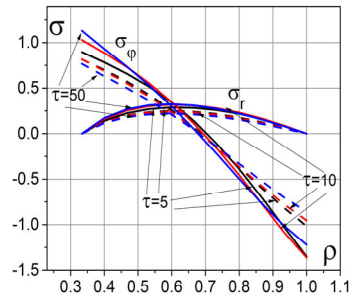


Рис.2. Розподіл радіальних σ_r та колових σ_ϕ напружень при різних значеннях часу τ

Найбільша різниця між температурними полями, обчисленими для залежних та незалежних від температури характеристик матеріалу досягається всередині порожнистого циліндра в моменти часу до виходу на стаціонарний режим.

1. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989.–616 с.
2. Hairer E., Wanner G. Solving ordinary differential equations II. Stiff and differential-algebraic problems. – Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1996.–614 p.
3. Reddy J. N. Thermomechanical Behavior of Functionally Graded Materials. Final Report for AFOSR Grant F49620-95-1-0342. CML Report 98-01.–1998 .– 87 p.
4. Tokovyy Yu, Ma C.-C. The direct integration method for elastic analysis of nonhomogeneous solids. – New Castle: Cambridge Scholars Publishing, 2021.– 342 p.

THERMAL STRESS IN A LONG HOLLOW THERMO-SENSITIVE CYLINDER MADE OF FUNCTION-GRADED MATERIAL

The uncoupled quasi-static problem of thermoelasticity for a hollow cylinder was solved taking into account the temperature dependence of the thermomechanical characteristics of the components of the functionally gradient material (FGM). The temperature field has been determined taking into account the complex heat exchange with media of time-varying temperature. The nonlinear non-stationary boundary value problem of thermal conductivity was solved by the numerical method of the lines. The corresponding problem of thermoelasticity was solved by its reduction to integral Fredholm equations of the second kind and replacing the integral with a quadrature formula. The influence of the temperature dependence of thermophysical and mechanical characteristics on the thermostressed state of the hollow cylinder has been investigated.