

## ВПЛИВ ПРУЖНОСТІ КРІПЛЕННЯ ПОПЕРЕДНЬО НАГРІТОЇ КРУГЛОЇ ПЛАСТИНКИ НА ЇЇ ВІБРАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Олександр Горечко<sup>1</sup>, Надія Заводовська<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, oleksandr.m.horechko@lpnu.ua,

<sup>2</sup>Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, м. Львів,  
nadiyahor@gmail.com

Завдяки широкому застосуванню пластин в механічних системах, починаючи від музичних інструментів і закінчуючи структурними елементами в промисловості та техніці, поперечна вібрація пластин і мембран була предметом багатьох досліджень з кінця дев'ятнадцятого століття. Грунтовний огляд більшої частини таких робіт для пластин канонічної форми представлений у роботі [1]. В багатьох роботах особливий інтерес викликав аналіз впливу напруження в площині на власні частоти коливань таких структурних елементів. Показано, що в таких задачах відбуваються значні зміни у власних частотах і менш значні у формах коливань, що призводить до значних змін у реакції на динамічне навантаження порівняно з пластиною в ненапруженому стані.

І досі пластини мають широке застосування в багатьох галузях техніки, таких як аерокосмічна, цивільна, ядерна, електронна, автомобільна тощо. Останні кілька десятиліть з точки зору динаміки пластин велика увага приділяється галузі мікроелектромеханічних (MEMS) і наноелектромеханічних систем (NEMS). Тому і нині проводяться теоретичні дослідження вібрацій круглих пластин, які використовують або пропонують нові числові та числово-аналітичні методи для пластин постійної та змінної товщини, враховують взаємодію з іншими середовищами [2], розглядають задачі динаміки в нелінійній постановці [3], аналізують вплив попередніх напружень на динамічні характеристики її поперечних коливань [4].

В роботі розглядається задача знаходження власних частот поперечних коливань круглої пластини, попередньо навантаженої в площині внаслідок нагріву рівномірними джерелами тепла та теплообміну з середовищем, при її пружному кріпленні на границі. Задача зводиться до послідовного розв'язування задач осесиметричної статичної термопружності та поперечних коливань попередньо напруженої пластинки.

Побудовано [5] загальний розв'язок статичної осесиметричної задачі термопружності для круглої пластини, а звідси отримано і розв'язок при постійних коефіцієнтах теплообміну пластини з навколишнім середовищем та рівномірно розподіленими джерелами тепла, з пружно податливим в радіальному напрямку краєм пластинки. Температурні напруження мають вигляд комбінацій функцій Бесселя першого роду та вироджених

гіпергеометричних функцій. В частковому випадку відсутності теплообміну з плоских поверхонь ці вирази спрощуються до квадратичних функцій, а найпростіші вирази постійних температурних напружень отримуються у випадку однорідної температури пластинки.

Поперечні коливання пластинки описуються динамічним рівнянням тонких пластин Кірхгофа для осесиметричного поля температурних напружень при пружному кріпленні відносно повороту та нормальних переміщень зовнішнього контура. Для випадку однорідної температури пластинки розв'язування задачі коливань проводилось аналітично, побудовано частотне рівняння.

В результаті проведених обчислень проаналізовано вплив зміни температури пластинки на її найнижчі власні частоти, а також зміни пружності кріплення краю на значення власних частот. Найчутливішою до зміни температури є основна власна частота. Значення власних частот від температури спадають зі зменшенням пружної податливості в радіальному напрямку, адже зі зменшенням цього параметра температурні напруження прямують до нуля. З ростом жорсткостей кріплення на поворот і прогин власні частоти ростуть, причому зростання відбувається на обмеженому проміжку зміни цих параметрів, після чого значення частот близькі до частот при ідеальних варіантах кріплення. Показано, що чутливість до температури круглих пластин є вищою, ніж для аналогічних прямокутних. Власні частоти опертої пластини є більш чутливими до зміни температури нагріву ніж частоти жорстко защемленої пластинки.

1. *Leissa A.W.* Vibration of Plates. Washington: NASA SP-160, 1969. – 360 p.
2. *Yao S., Fu A., Xing J., Zhou J., Tian B.* Fluid-Structure Coupling Vibration of an Elastically Restrained Circular Plate // 2020 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 772(2020) 012017 – 8 p.
3. *Xu, P., Wellens, P. (2021).* Effects of static loads on the nonlinear vibration of circular plates. Journal of Sound and Vibration, 504, Article 116111, 17 pages. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2021.116111>
4. *Luyun C., Hong Y.* Vibration approximate analytical solutions of circular plate consideration of complex pre-stress distribution // Journal of Low Frequency Noise, Vibration & Active Control. – 2020. – 39 (4). - P.987-1001.
5. *Коваленко А.Д.* Термоупругость. Киев: Вища школа, 1975. – 216 с.

#### **INFLUENCE OF THE ELASTICITY OF MOUNTING OF A PREHEATED ROUND PLATE ON ITS VIBRATION CHARACTERISTICS**

*The problem of oscillations of a round plate with an elastically fixed outer edge under the conditions of its heating by uniformly distributed heat sources is considered. For the case of uniform heating of the plate, an analytical solution was obtained, based on which the influence of the elasticity of the fastening on the natural frequencies of the plate was analyzed.*