

АНАЛІЗ ПОВЕДІНКИ ТЕРМОПРУЖНОГО ШАРУ В УМОВАХ ТЕПЛООВОГО УДАРУ НА ОСНОВІ РОЗШИРЕНОЇ МОДЕЛІ ЛОРДА–ШУЛЬМАНА

Мар'ян Грицина¹, Ольга Грицина²

^{1,2}Інститут будівництва та архітектури Словацької академії наук, м. Братислава, ¹maryan.hrytsyna@savba.sk,

²Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, м. Львів,

²hrytsyna.olha.@gmail.com, olha.hrytsyna@savba.sk

Для дослідження зв'язаних термомеханічних процесів у пружних структурах отримано систему рівнянь узагальненої математичної моделі для матеріалів із мікроструктурою. З метою врахування скінченної швидкості поширення теплових хвиль і зв'язку температури з механічними полями, застосовано співвідношення теорії Лорда-Шульмана [2], що ґрунтується на узагальненому законі теплопровідності Фур'є. Щоб врахувати ефект мікрожорсткості та мікроінерції, теорія Лорда-Шульмана поєднується з теорією Міндліна для пружних матеріалів з мікроструктурою [3], яка враховує вплив градієнтів тензора деформації та вектора швидкості. Для центральносиметричних матеріалів, сформульовано ключову систему рівнянь математичної моделі, що включає такі рівняння руху й рівняння теплопровідності:

$$c_{44}u_{i,jj} + (c_{12} + c_{44})u_{j,ji} - l^2c_{44}u_{i,jkk} - l^2(c_{12} + c_{44})u_{j,jkk} - \beta_T\theta_{,i} - \rho\ddot{u}_i + \frac{1}{3}\rho l_*^2\ddot{u}_{i,jj} = 0,$$
$$\rho c_\epsilon(\dot{\theta} + \tau_0\ddot{\theta}) + T_0\beta_T(\dot{u}_{i,i} + \tau_0\ddot{u}_{i,i}) - k\theta_{,ii} = 0.$$

Тут u_i та θ – компоненти вектора переміщень і збурення температури, ρ – густина маси, c_{12} та c_{44} – пружні характеристики матеріалу, l та l_* – характерні віддалі мікроструктури й мікроінерції, відповідно, τ_0 – час релаксації, k , c_ϵ , β_T – коефіцієнти теплопровідності, питомої теплоємності, та взаємозв'язку між механічними полями й температурою.

Отриману систему рівнянь з одним часом теплової релаксації використано для аналізу термомеханічної поведінки мікророзмірного шару в умовах теплового удару. Прийнято, що збурення механічних і теплових полів у пружному шарі породжується раптовою зміною температури на одній межі шару, тоді як інша є теплоізолюваною. Зв'язану систему ключових рівнянь розв'язано з використанням методу диференціальних квадратур (DQM) [1]. Вивчено вплив параметрів мікрожорсткості та мікроінерції, часу термічної релаксації, пружних властивостей матеріалу й товщини шару на термомеханічну поведінку мікрошару. Показано, що реакція мікрошару на термоударне навантаження значно відрізняється від результатів, отриманих у рамках класичної теорії для макрошару. На цій основі зроблено висновок, що коректний аналіз малорозмірних структур під дією теплового ударного на-

вантаження слід проводити на основі представленої у цій роботі узагальненої математичної моделі Лорда-Шульмана з урахуванням ефектів мікрожорсткості та мікроінерції. Робота може бути корисною для прогнозування теплової та механічної реакцій мікро-/наноструктур в умовах теплового удару і надання на цій основі рекомендацій для проектування сучасних малорозмірних пристроїв.

Роботу виконано за фінансової підтримки Міністерства освіти, науки, досліджень та спорту Словачької республіки (проект VEGA-2/0084/24).

This research was supported by the Ministry of Education, Science, Research and Sport of the Slovak Republic (grant VEGA-2/0084/24).

1. Bellman R., Casti J. Differential quadrature and long term integration // J. Math. Anal. Appl. – 1971. – **34**. – P. 235–238.
2. Lord H. W., Shulman Y. A generalized dynamical theory of thermoelasticity // J. Mech. Phys. Solid. – 1967. – **15**, No 5. – P. 299–309.
3. Mindlin R. D. Micro-structure in linear elasticity // Arch. Rational Mech. Anal. – 1964. – **16**. – P. 51–78.

ANALYSIS A THERMOELASTIC LAYER BEHAVIOUR UNDER THERMAL SHOCK WITH THE ENHANCED LORD-SHULMAN MODEL

A generalized mathematical model to study the coupled thermomechanical processes occurred in elastic materials with microstructure is presented. The Lord-Shulman (LS) theory of generalized thermoelasticity is employed to account for the finite speed of thermal waves and coupling of temperature with mechanical fields. In order to take the micro-stiffness and micro-inertia effect into account, the LS theory is combined with Mindlin's extended theory for elastic materials with microstructure which consider the strain gradient and velocity gradient effects. The obtained mathematical model with one heat relaxation time is used to analyze the thermomechanical problem for micro-scale layer under thermal shock conditions. The layer is made of the centrosymmetric homogeneous material. It is assumed that the disturbance of mechanical and temperature fields in elastic layer is generated by a sudden application of temperature to the layer boundary. Coupled system of governing equations is solved utilizing a differential quadrature method (DQM). The propagation of the thermo-mechanical wave and reflection from the layer boundaries are investigated. The effect of micro-stiffness and micro-inertia parameters, thermal relaxation time, elastic material properties, microlayer geometry and temperature changes on the thermomechanical performance of elastic microlayer is studied in detail. It was shown that the response of microlayer to the thermal shock load is significantly different from the same results for macro-scales. It was also concluded that analysis of small-scale structures should be performed with consideration of micro-stiffness and micro-inertia effects presented in this work. The work can be useful to predict the thermal and mechanical responses of small-scale structures more accurately and provide a guideline for the design and applications of novel devices under thermal shock condition.