

ВИЗНАЧЕННЯ ХВИЛЬОВИХ ПОЛІВ У ПРУЖНОМУ ЦИЛІНДРІ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ РІЗНИЦЬ ЗА ЧАСОМ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Олександр Демидов¹, Всеволод Попов²

^{1,2}Національний університет «Одеська морська академія», м. Одеса, ¹alexandr.v.demidov@gmail.com,
²dr.vg.popov@gmail.com

Розглянуто пружний циліндр із ізотропного матеріалу висотою a і радіусом r_0 (Рис. 1). Нижня основа циліндра ($z = 0$) є жорстко закріпленою, а нормально до верхньої основи ($z = a$) прикладено змінну у часі розподілену силу $P(r, t)$; на бічній поверхні виконуються умови ковзного контакту. За таких умов циліндр перебуває у стані віссиметричної деформації. Кутове переміщення дорівнює нулю, а радіальне $u(\eta, \zeta, \tau)$ та осьове $w(\eta, \zeta, \tau)$ – є розв’язками початково-крайової задачі для рівняння руху Ляме в безрозмірних координатах:

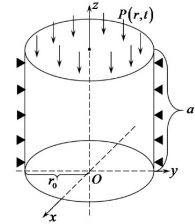


Рис. 1

$$\mu \left(\Delta u - \frac{u}{\eta^2} \right) + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta u) + \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2};$$

$$\mu \Delta w + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta u) + \frac{\partial w}{\partial \zeta} \right) = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2}, \quad (1)$$

$$0 < \eta < 1, \quad 0 < \zeta < 1, \quad \tau \in (0; +\infty)$$

$$u(\eta, 0, \tau) = 0; \quad w(\eta, 0, \tau) = 0; \quad \sigma_{\zeta\zeta}(\eta, 1, \tau) = P(\eta, \tau), \quad \tau_{\eta\zeta}(\eta, 1, \tau) = 0,$$

$$u(1, \zeta, \tau) = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial \eta}(1, \zeta, \tau) = 0, \quad 0 \leq \eta < 1, \quad 0 \leq \zeta < 1, \quad \tau \in (0; +\infty), \quad (2)$$

До початково-граничної задачі (1), (2) застосовано метод, який ґрунтується на різницевій апроксимації похідних за часом [1].

Розраховано осьові переміщення на верхній основі $w(0, 1)$ та нормальні напруження $\sigma_{\zeta\zeta}(0, 0)$ на нижній основі циліндра при імпульсному навантаженні, розподіленому за законом $\sigma_{\zeta\zeta}(\eta, 1) = (1 - \eta^2)$, для сталевого циліндру ($\nu = 0.25$). Результати розрахунків наведено на рис. 2, 3, де криві показують залежність переміщень і напружень від безрозмірного часу $\tau = c_2 r_0^{-1} t$ при різних формах імпульсів. Тривалість імпульсу $\tau_0 = 3$. Крива 1 відповідає

одному поданому імпульсу, криві 2, 3 і 4 відповідають трьом однаковим імпульсам з паузою між ними $\tau_p = 1, 2$ і 3 , відповідно. Крива 5 відповідає постійному навантаженню [2] і наведена для порівняння.

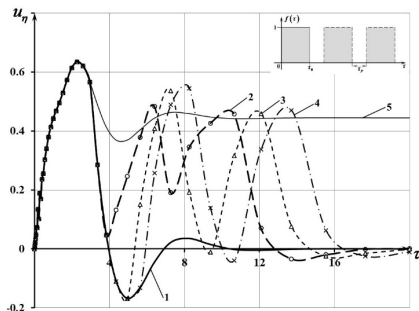


Рис. 2. Осьові переміщення

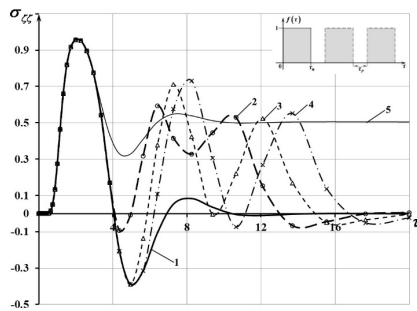


Рис. 3. Нормальні напруження

Графіки на рис. 2, 3 демонструють той факт, що максимальні значення осьового переміщення на верхній основі та нормального напруження на нижній основі циліндра спостерігаються під час перехідного процесу, і цей максимум перевищує їх значення в усталеному режимі. Проте з кожним наступним прикладенням навантаження воно зменшується, а при третьому імпульсі майже не відрізняється від значення в усталеному режимі.

1. Savruk M. P. New method for the solution of dynamic problems of the theory of elasticity and fracture mechanics // Materials Science. – 2003. – **39**, No. 4. – P. 465–471.
2. Демидов О. Застосування модифікованого методу скінченних різниць за часом при математичному моделюванні нестационарних хвильових полів у скінченному циліндрі / О.В. Демидов, В.Г. Попов / Матеріали XII міжнародної науково-технічної конференції «Суднова електроінженерія, електроніка і автоматика», 22.11.2022 - 23.11.2022. – Одеса: НУ «ОМА», 2023. – С. 53–56.

DETERMINATION OF WAVE FIELDS IN AN ELASTIC CYLINDER BY THE FINITE DIFFERENCE METHOD WITH TIME AT NONSTATIONARY LOAD

The problem of mathematical modeling of dynamic wave fields in a finite-length isotropic elastic cylinder is considered under the action of a time-dependent impulse load. The influence of the impulse shape on the wave fields of displacements and stresses in the cylinder has been investigated.