

ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗАДАНОГО РОЗПОДІЛУ ТЕРМОНАПРУЖЕНЬ У НЕОДНОРІДНОМУ ДОВГОМУ ПОРОЖНИСТОМУ ЦИЛІНДРІ

Богдан Калиняк

Інститут прикладних проблем механіки і математики імені Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів,
b-kalynyak@litech.net

Аналітично визначено температурні поля, які спричиняють заданий розподіл радіальних напружень $\sigma_r(\rho)$ ($\sigma_r(\rho_1) = -p_1$, $\sigma_r(1) = -p_2$) у неперервно неоднорідному порожнистому циліндрі з внутрішнім та зовнішнім радіусами R_1 та R_2 відповідно через механічні характеристики матеріалів, силові навантаження і радіальні напруження. Тут $\rho = r/R_2$, r – радіальна змінна Температурне поле, яке створює задані радіальні термонапруження з відомими силовими навантаженнями у перерізі p у порожнистому циліндрі, визначають з інтегрального рівняння Фредгольма

$$y(\rho) - \frac{(1+\nu(\rho))}{V(1)+W(1)} \int_{\rho_1}^1 \frac{\eta E(\eta)}{1-\nu^2} y(\eta) d\eta = \Psi(\rho), \quad (1)$$

де

$$y(\rho) = (1+\nu(\rho))\Phi(\rho), \quad \Psi(\rho) = I_1(\rho) + I_2(\rho) + I_3(\rho), \quad \Phi(\rho) = \alpha(\rho)t(\rho),$$

$$I_1(\rho) = -\frac{p[W(1)-V(1)\nu(\rho)]}{V^2(1)-W^2(1)} + \frac{(\rho_1^2 p_1 - p_2)[V(1)-W(1)\nu(\rho)]}{V^2(1)-W^2(1)},$$

$$I_2(\rho) = -\frac{1-\nu^2(\rho)}{\rho E(\rho)} \frac{d}{d\rho} [\rho^2 \sigma_r(\rho)], \quad W(\rho) = \int_{\rho_1}^{\rho} \frac{\xi E(\xi)\nu(\xi)}{1-\nu^2(\xi)} d\xi, \quad V(\rho) = \int_{\rho_1}^{\rho} \frac{\xi E(\xi)}{1-\nu^2(\xi)} d\xi,$$

$$I_3(\rho) = -\frac{1-\nu^2(\rho)}{\rho E(\rho)} \int_{\rho_1}^1 \frac{d}{d\rho} [\rho^2 K(\rho, \eta)] \sigma_r(\eta) d\eta, \quad t(\rho) = T(\rho) - T_0,$$

$\alpha(\rho)$, $E(\rho)$, $\nu(\rho)$ – коефіцієнт лінійного температурного розширення, модуль пружності, коефіцієнт Пуассона відповідно, $T(\rho)$ – температурне поле, яке задовольняє класичну задачу стаціонарну задачу теплопровідності відносно $t(\rho)$, T_0 – відлікова температура при якій термонапруження відсутні, $K(\rho, \eta)$ – відома функція, яка виражена через $E(\rho)$, $\nu(\rho)$ та їх похідні по радіальній змінній ρ [1]. Рівняння (1) відносно температури отримано з інтегрального рівняння Фредгольма другого роду, до якого зведена задача

визначення напружень у довгому неоднорідному циліндрі [1] при заданому температурному полі.

Рівняння (1) – це рівняння Фредгольма другого роду відносно температури з виродженим ядром, яке має власне значення. Тому рівняння (1) при заданому радіальному термонапруженні має точний розв’язок відносно температурного поля, який містить одну довільну сталу. Цей розв’язок повинен задовольняти класичну задачу стаціонарної теплопровідності, яка містить дві умови теплообміну з середовищем (наприклад, умови Діріхле або Ньютона). Це призводить до необхідності узгодження умов нагрівання на межах циліндра.

Можливість відсутності термонапружень або встановлення заданого розподілу компоненти термонапружень у довгому порожнистому неоднорідному циліндрі при великих перепадах температур між поверхнями є наслідком неоднорідності матеріалу.

Можливі межі перепаду температур визначаються найбільшим значенням відношення коефіцієнтів лінійного теплового розширення матеріалу. Наведено аналітичні вирази для теплових джерел, що створюють температурні поля, які призводять до заданого розподілу компоненти тензора напружень. У випадку, коли циліндр виготовлений з двокомпонентного функційно-градуїзованого матеріалу, характеристики якого описано моделлю простої суміші, отримано аналітичні вирази для температурного поля та радіального розподілу характеристик матеріалу, які забезпечують відсутність термонапружень у циліндрі без наявності об’ємних теплових джерел.

Аналіз чисельних експериментів вказує на можливість досягнень станів з відсутністю термонапружень в реально існуючих матеріалах при технологічно допустимих умовах нагрівання.

1. *Kalynyak B.M.* Fredholm equations of the second kind for radial stresses aimed at the determination of the thermoelastic state of an inhomogeneous hollow cylinder // *Journal of Mathematical Sciences.* – 2015. – **205**, No. 5. – P. 659–666.

ENSURING OF THE TARGET RADIAL THERMAL STRESS DISTRIBUTION IN THE LONG HOLLOW INHOMOGENEOUS CYLINDER

The problem of determining the temperature fields that cause a given distribution of the components of the stress tensor, in particular zero, in elastic heterogeneous hollow cylinders has been developed. The implementation of such a temperature field is achieved by matching the characteristics of materials and thermal fields.