ГРАНИЧНОЕЛЕМЕНТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ КОНТАКТНИХ НЕДОСКОНАЛОСТЕЙ НА ПРУЖНІ ВЛАСТИВОСТІ ТРИВИМІРНИХ КОМПОЗИТІВ

Віктор Михаськів[1], Богдан Стасюк[2]

[1]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАНУ, м. Львів, mykhaskiv@gmail.com,
[2]Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, bohdan.m.stasyuk@lpnu.ua

Ефективні модулі пружності сучасних матричних композитів та характеристики їх міцності є чутливими до зміни умов з'єднання матеріалу наповнювача з матричним середовищем. Більшість відомих теоретичних результатів щодо реакції композитних матеріалів на механічне навантаження та їх ефективних властивостей отримано за припущення канонічності форми включень та наявності ідеального механічного контакту їх з матрицею [1]. Сучасний запит на числові методи розв'язання відповідних задач диктується можливістю їх застосування для тривимірних конфігурацій із включеннями загальної форми та розрахунку стрибків міжфазних переміщень і напружень у композитах для моделювання контактних недосконалостей. Метод граничних елементів вирізняється з-поміж інших числових методів зниженою на одиницю розмірністю області дискретизації та безпосередньою залученістю отриманих розв'язків для безмежних репрезентативних елементів у гомогенізаційні співвідношення для ефективних параметрів композиту.

Безпосереднє врахування контактних співвідношень на міжфазних поверхнях в процесі виведення систем граничних інтегральних рівнянь, поєднання додискретизаційної і постдискретизаційної регуляризації сингулярних інтегралів, побудова дискретних аналогів інтегральних рівнянь на основі граничноелементної три- та квадріангуляції міжфазних поверхонь та застосування методу колокацій для отримання добре обумовлених дискретних аналогів у вигляді систем лінійних алгебраїчних рівнянь дозволяє згенерувати обчислювальний алгоритм високої ефективності та точності.

Розглядається обмежене гладкою поверхнею S ізотропне включення Ω_2 у пружній безмежній ізотропній матриці за дії на неї статичного навантаження. Деформування складових тіла Ω_1 підпорядковується рівнянням Ляме. На міжфазній поверхні S задані умови:

а) ковзного контакту [3]: $u_{3'}^{(1)}(\mathbf{x}) = u_{3'}^{(2)}(\mathbf{x}) = u_{3'}(\mathbf{x})$, $t_{3'}^{(2)}(\mathbf{x}) = t_{3'}^{(1)}(\mathbf{x}) = t_{3'}(\mathbf{x})$,

$$t_{j'}^{(1)}(\mathbf{x}) = t_{j'}^{(2)}(\mathbf{x}) = 0,\ j' = \overline{1,2},\ \mathbf{x} \in S; \tag{1}$$

б) тонкого податного прошарку між включенням та матрицею [3]:

$$t_{i'}^{(2)}(\mathbf{x}) = t_{i'}^{(1)}(\mathbf{x}) = t_{i'}(\mathbf{x}),\ \Delta u_{i'}(\mathbf{x}) = u_{i'}^{(1)}(\mathbf{x}) - u_{i'}^{(2)}(\mathbf{x}),\ i' = \overline{1,3},\ t_{3'}(\mathbf{x}) = f\,\Delta u_{3'}(\mathbf{x});$$

$$t_{j'}\left(\mathbf{x}\right)=g\,\Delta u_{j'}\left(\mathbf{x}\right),\ j'=\overline{1,2},\ \mathbf{x}\in S\,. \tag{2}$$

в) мембранної моделі матеріалізованої поверхні [2]:

$$u_{i'}^{(1)}\left(\mathbf{x}\right)=u_{i'}^{(2)}\left(\mathbf{x}\right)=u_{i'}\left(\mathbf{x}\right),\ i'=\overline{1,3},\ \mathbf{x}\in S\,,$$

$$\Delta\mathbf{t}\left(\mathbf{x}\right)\cdot\mathbf{n}=\mathrm{div}_{\Sigma}\left[\tau_s\mathbf{I}+\left(\lambda_s+\tau_s\right)\mathrm{tr}_{\Sigma}\boldsymbol{\varepsilon}_s\left(\mathbf{x}\right)+2\left(G_s-\tau_s\right)\boldsymbol{\varepsilon}_s\left(\mathbf{x}\right)+\tau_s\nabla_{\Sigma}\mathbf{u}\left(\mathbf{x}\right)\right]. \tag{3}$$

Тут $u_{i'}^{(k)}$, $t_{i'}^{(k)}$ $\left(i'=\overline{1,3},k=1,2\right)$ – компоненти векторів поверхневих переміщень та зусиль зі сторони матриці Ω_1 та включенні Ω_2, відповідно у локальній системі координат, прив'язаній до нормального $\mathbf{n}$ та дотичних до міжфазної поверхні ортів; f, g – константи, пов'язані з механічними характеристиками та з товщиною тонкого податливого шару; $\boldsymbol{\varepsilon}_s$, τ_s, G_s, λ_s – тензор поверхневих деформацій, натяг та пружні сталі Ляме матеріальної поверхні S.

Гранично-інтегральне формулювання задачі досягається використанням методу підобластей, функціоналу теореми про взаємність робіт та фундаментальних розв'язків теорії пружності. Процес дискретизації задач з різним типом контакту компонент композитного тіла відрізняється лише процедурами укладання матриці дискретного аналога відповідних систем ГІР. Опис ефективних механічних властивостей композитних середовищ реалізовано методом гомогенізації за узагальненим алгоритмом Морі-Танаки з врахуванням стрибків переміщень або напружень на міжфазних поверхнях. Здійснено числовий розрахунок полів напружень і ефективних модулів пружності тривимірних композитних тіл та середовищ залежно від геометричної форми включень та умов контакту включень з матрицею.

1. *Eshelby J. D.* Elastic Inclusions and Inhomogeneities // Progress in Solid Mechanics. – 1961. – № 2. – С. 89–140.
2. *Подстригач Я. С., Повстенко Ю. З.* Введение в механику поверхностных явлений в деформируемых твердых телах. – Киев: Наук. думка, 1985. – 200 с.
3. *Сулим Г.Т., Піскозуб Й.З.* Умови контактної взаємодії тіл (огляд) // Мат. методи і фіз.-мех. поля. – 2004. – **47,** № 3 – С. 110–125

BOUNDARY ELEMENT MODELING OF THE INFLUENCE OF CONTACT IMPERFECTIONS ON THE ELASTIC PROPERTIES OF THREE-DIMENSIONAL COMPOSITES

Integral formulations have been obtained and computational algorithms of the boundary element method have been developed for the numerical study of the 3D stress-strain state of unbounded composite bodies and the effective elastic properties of composite media with inclusions of general shape, considering different types of contact with the matrix.