

КОНТАКТНА ЗАДАЧА ДЛЯ МІЖФАЗНОГО ВІДШАРОВАНОГО ВКЛЮЧЕННЯ

Володимир Острик

Інститут прикладної фізики НАН України, м. Суми, v.i.ostryk@gmail.com

Контактну задачу для відшарованого тонкого жорсткого включення в однорідному середовищі вивчено в роботі [1]. З одного боку включення ідеально з'єднане з матрицею, з іншого – від'єднане та гладко контактує з нею в околах своїх кінців. Цю задачу узагальнюємо на випадок міжфазного включення з урахуванням сил тертя в областях контакту [3]. Відповідну задачу для напівнескінченного включення розв'язано в роботі [2].

Розглянемо дві пружні півплощини: верхню $y \geq 0$ і нижню $y \leq 0$ з моду-

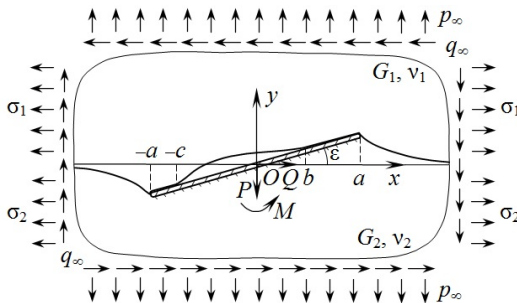


Рис. 1

$y = +0$ – відшарована від верхньої півплощини. Тобто між включенням і верхньою півплощиною утворилася тріщина $-a < x < a$, $y = \pm 0$. До включення у точці $x = 0$, $y = 0$ прикладено зосереджені нормальну P і дотичну Q сили та момент M , а на нескінченності задано нормальні та дотичні напруження $\sigma_y^{(1)} = \sigma_y^{(2)} = p_\infty$, $\tau_{xy}^{(1)} = \tau_{xy}^{(2)} = -q_\infty$, $\sigma_x^{(1)} = \sigma_1^\infty$, $\sigma_x^{(2)} = \sigma_2^\infty$ (рис. 1). За таких умов включення повертається на деякий кут ε . При цьому припускаємо, що на нескінченності повороту межі півплощин не відбувається. Вважаємо, що поблизу вершин тріщини її береги контактують в областях $b \leq x < a$, $-a < x \leq -c$ невідомих розмірів $l_1 = a - b$, $l_2 = a - c$, де нормальні та дотичні напруження пов'язані законом тертя Амонтона.

Із застосуванням методу Вінера – Гопфа розв'язок системи інтегральних рівнянь задачі отримано в рядах. Знайдено розміри областей контакту берегів тріщини, розподіли напружень в областях контакту, на межі поділу півплощин поза тріщиною та в місці з'єднання включення з півплощиною, асимптотичні розподіли напружень і переміщень в околі кінця включення.

лями зсуву G_1 , G_2 та коефіцієнтами Пуассона ν_1 , ν_2 відповідно, які перебувають в ідеальному контакті на проміжках $-\infty < x \leq -a$, $a \leq x < \infty$ своєї спільної межі. На інтервалі $-a < x < a$ уздовж межі розміщене тонке жорстке включення, нижня сторона $y = -0$ якого з'єднана з нижньою півплощиною, а верхня

У таблиці у випадку ненавантаженого включення ($P = 0, Q = 0, M = 0$) і $\sigma_2^\infty = 0$ ($(1 - \nu_1)\sigma_1^\infty / G_1 = (\nu_1 / G_1 - \nu_2 / G_2)p_\infty$) для $\nu_1 = \nu_2 = 0.3, G_2 / G_1 = 2$, коефіцієнта тертя $\mu_0 = 0$ (верхні значення) та $\mu_0 = 0.5$ (нижні значення) і різного відношення $q = q_\infty / p_\infty$ заданих на нескінченності напружень наведено відносний розмір $\bar{l}_1 = l_1 / (2a)$ більшої із областей контакту (для меншої області $\bar{l}_2 = l_2 / (2a) \ll 1$), нормалізований кут повороту включення $\bar{\varepsilon} = 2G_1 \varepsilon / \sqrt{p_\infty^2 + q_\infty^2}$ і безрозмірні коефіцієнти інтенсивності напружень $\bar{K}_I = K_I(a) a^{-\rho} / \sqrt{p_\infty^2 + q_\infty^2}, \bar{K}_{II} = K_{II}(a) a^{-\rho} / \sqrt{p_\infty^2 + q_\infty^2}$, де ρ – показник головної особливості напружень. Інтенсивність зсувних напружень, перевищує інтенсивність розтягувальних напружень у 3–4 рази.

Таблиця

q	0	1	2	5	10	∞
\bar{l}_1	$4.42 \cdot 10^{-10}$ $5.01 \cdot 10^{-10}$	$1.06 \cdot 10^{-5}$ $1.20 \cdot 10^{-5}$	$4.80 \cdot 10^{-4}$ $5.44 \cdot 10^{-4}$	0.017 0.019	0.072 0.080	0.265 0.290
$-\bar{\varepsilon}$	0 0	0.1084 0.1084	0.1373 0.1372	0.1527 0.1522	0.1586 0.1575	0.1681 0.1661
\bar{K}_I	0.1952 0.4940	0.2143 0.3901	0.2061 0.3314	0.1938 0.2797	0.1891 0.2622	0.1848 0.2468
$-\bar{K}_{II}$	0.7545 1.5663	0.8287 1.2367	0.7970 1.0507	0.7492 0.8866	0.7309 0.8314	0.7145 0.7823

1. *Антипов Ю.А.* Отслоившееся включение в случае сцепления и проскальзывания // Прикл. математика и механика. – 1996. – **60**, вып. 4. – С. 669-680.
2. *Острык В.І.* Контактна задача для міжфазного відшарованого напівнескінченного включення // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2022. – **65**, № 3-4. – С. 160-177.
3. *Ostryk V.I.* Contact problem for interfacial exfoliated inclusion // Acta Mechanica. – 2024. – <https://doi.org/10.1007/s00707-024-04004-y>.

CONTACT PROBLEM FOR INTERFACIAL EXFOLIATED INCLUSION

The equilibrium of two rigidly connected elastic half-planes made of different materials, with a thin rigid inclusion placed on the border of their separation, is considered. One side of the inclusion is connected to one of the half-planes, and the other is exfoliated with the formation of a crack. The frictional contact of the crack faces near its tips is taken into account. Using the Wiener–Hopf method, the solution of the system of integral equations of the problem is obtained in series. The dimensions of the areas of contact of the crack faces, stress distributions in the areas of contact, at the boundary of the separation of the half-planes outside the crack and at the junction of the inclusion with the half-plane, asymptotic distributions of stresses and displacements in the vicinity of the end of the inclusion were found.