

КОЕФІЦІЄНТИ ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ДЛЯ КРИВОЛІНІЙНОЇ ТРІЩИНИ В КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ АНІЗОТРОПНОМУ ТІЛІ ЗА АНТИПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

Михайло Саврук, Володимир Кравець, Любов Онишко, Олексій Кваснюк

Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України, м. Львів
vlad@ipm.lviv.ua, onyszko@ukr.net, aleksey.kvasniyk@gmail.com

Розв'язано антиплоску задачу теорії пружності для анізотропного тіла (матриці) з гладкими анізотропними включеннями та криволінійними тріщинами. Для одного включення та тріщини побудовані сингулярні інтегральні рівняння (СІР) розв'язано числово методом механічних квадратур. Визначено коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) для довільно розташованої параболічної тріщини в ортотропній матриці з ортотропним еліптичним включенням. Проаналізовано вплив на КІН геометричних параметрів задачі та пружних сталих матеріалів матриці й включення.

Нехай у нескінченному анізотропному тілі S_0 , яке віднесено до декартової системи координат $xOyz$, містяться тунельні вздовж осі Oz анізотропні включення S_j ($j = \overline{1, J}$), обмежені в площині xOy гладкими замкненими контурами L_j та криволінійні тріщини по розімкнених контурах L_j ($j = \overline{J+1, J+N}$). Кусково-однорідне тіло $S = \bigcup S_j$ ($j = \overline{0, J}$) навантажене на нескінченності напруженням поздовжнього зсуву $\tau_{yz}^\infty = \tau$, $\tau_{xz}^\infty = 0$.

За переходу через контури включень L_j напруження $\tau_{nz}(t)$ неперервні, а переміщення $w(x, y)$ зазнають розривів

$$\tau_{nz}^+(t) - \tau_{nz}^-(t) = 0; \quad w^+(t) - w^-(t) = g_j^*(t), \quad t \in L_j, \quad j = \overline{1, J}. \quad (1)$$

На берегах тріщин задані самозрівноважені напруження

$$\tau_{nz}^\pm(t) = \tau_j^*(t), \quad t \in L_j, \quad j = \overline{J+1, J+N}, \quad (3)$$

а при обході кожного контуру тріщини виконуються умови однозначності переміщень [1, 2]. Тут верхній індекс «+» («-») вказує на граничні значення відповідних величин за підходу до контурів L_j зліва (справа). Крайові умови (1, 2) задоволено через граничні значення комплексних потенціалів (КП) напружень [2] за використання формул Сохоцького-Племеля для інтегралів типу Коші. Задачу зведено до систем дійсних СІР другого роду для визначення $2J+N$ дійсних невідомих функцій – густин КП напружень

$$\phi_3^j(s_j) = \phi_3^j(t_3^j) dt_3^j / ds_j \quad (j = \overline{1, J}), \quad \phi'_{3k}(s_k) = \phi'_{3k}(t_{3k}) dt_{3k} / ds_k, \quad (k = \overline{J+1, J+N}).$$

Для одного анізотропного включення ($J=1$) та однієї тріщини ($N=1$) у матриці побудовану систему СІР розв'язано чисельно методом квадратур [2]. Визначено відносні КІН $F_{III}^{\pm} = K_{III}^{\pm} / \tau \sqrt{\pi l}$ у вершинах A (штрихові) та B (суцільні лінії) параболічної тріщини в ортотропній матриці з відносно жорстким ($a_{01} \equiv \sqrt{G_{13}^1 G_{23}^1 / G_{13}^0 G_{23}^0} = 10$) (рис. 1) та податливим ($a_{01} = 0.1$) (рис. 2) еліптичним включенням ($b/a = 2$) залежно від параметра h/a (схема рис. 2). Тут $G_{13}^0, G_{23}^0; G_{13}^1, G_{23}^1$ – модулі зсуву ортотропних матеріалів матриці та включення відповідно. Криві відповідають різним відносним центральним прогинам контуру параболічної тріщини ($l = a, \delta/l = 0; 1; 3; 5$).

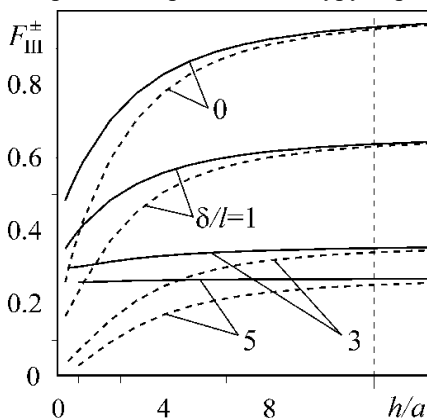


Рис. 1.

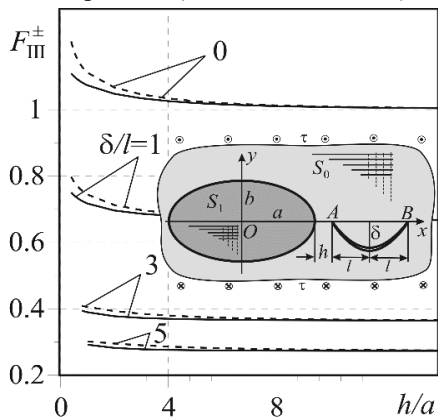


Рис. 2.

За заданого розміщення тріщини найбільші КІН спостерігаємо для прямолінійної тріщини ($\delta/l = 0$), а на поведінку кривих суттєво впливає відносна жорсткість на зсув матеріалу включення (a_{01}) відносно матриці. Для відносно жорсткого включення маємо підкріпний ефект для матриці (зменшення КІН) за наближення тріщини до включення (рис. 1).

1. Долгих В.Н., Фильштинский Л.А. Продольный сдвиг композиционного материала с дефектами // Изв. АН СССР, МТТ. – 1980. – № 4. – С. 103–110.
2. Savruk M. P., Kazberuk A. Stress Concentration at Notches. – Cham: Springer, 2017. – 516 p.

STRESS INTENSITY FACTORS FOR A CURVILINEAR CRACK IN A PIECE-HOMOGENEOUS ANISOTROPIC BODY UNDER ANTI-PLANE DEFORMATION

The antiplane problem of the theory of elasticity for an anisotropic body with anisotropic inclusions and curvilinear cracks was solved. For one inclusion and a crack, constructed singular integral equations were solved numerically by the quadrature method. Stress intensity factors for an arbitrarily located parabolic crack in an orthotropic body with an elliptical inclusion were determined.