

МІЖФАЗНЕ КІЛЬЦЕВЕ ВКЛЮЧЕННЯ ЗА УМОВА ПОВНОГО ЗЧЕПЛЕННЯ З КУСКОВО-ОДНОРІДНИМ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНИМ ПРОСТОРОМ

Олександр Кривий¹, Юрій Морозов²,

¹ Національний університет «Одеська морська академія», м. Одеса, Україна, krivoy-odessa@ukr.net

² Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса, Україна, morozovyu@gmail.com

Нехай у площині $z = 0$ з'єднання двох різних трансверсально-ізотропних півпросторів розташовано абсолютно жорстке включення, що займає область $\Omega: \{a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2\}$. На вклученні прикладене довільне навантаження, дія якого зводиться до рівнодійної сили $\mathbf{P} = (P_1, P_2, P_3)$ і головного моменту $\mathbf{M} = (M_1, M_2, M_3)$. Напружено-деформований стан простору описується вектором

$$\mathbf{v} = \{v_k\}_{k=1,\dots,9} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}, u, v, w\}.$$

Позначимо стрибки та суми пружних характеристик при перетині площини так:

$$\chi_k^\pm(x, y) = \langle \zeta_k(x, y) \rangle^\pm = \zeta_k^+(x, y) \pm \zeta_k^-(x, y), \{\zeta_k^\pm\}^9 = \{v_k\}^9 \Big|_{z=\pm 0}, k = 1, \dots, 9$$

Враховуючи умови $\chi_k^-(x, y) = 0, k = \overline{1, 6}, (x, y) \notin \Omega$, які відображають факт з'єднання півпросторів поза включеннями, поставлену задачу зведено до системи двовимірних сингулярних інтегральних рівнянь відносно стрибків напружень $\chi_k^-(x, y), k = 1, 2, 3$ [1, 2]. Після переходу до полярних координат і застосування скінченного перетворення Фур'є, отримана систему інтегральних рівнянь відносно трансформант шуканих функцій:

$$-2q_{31} \int_a^b \mathbf{V}_n^-(\rho) \mathbf{M}_n(r, \rho) \rho d\rho = \mathbf{Q}_n(r), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$\mathbf{M}_n(r, \rho) = \begin{pmatrix} -2q_{31} w_{n+1,n}(r, \rho) & -2q_{31} w_{n-1,n}(r, \rho) & 2q_{41} w_{n,n}(r, \rho) \\ q_{32}^+ w_{n+1,n+1}(r, \rho) & -q_{32}^- w_{n-1,n+1}(r, \rho) & -q_{42} w_{n,n+1}(r, \rho) \\ -q_{32}^- w_{n+1,n-1}(r, \rho) & q_{32}^+ w_{n-1,n-1}(r, \rho) & q_{42} w_{n,n-1}(r, \rho) \end{pmatrix},$$

$$w_{\mu,\nu}(r, \rho) \int_0^\infty J_\mu(rt) J_\nu(\rho t) dt \quad V_n^{j,-}(\rho) = \Phi_n[\chi_k^-] \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi v_j^-(\rho, \varphi) e^{-i n \varphi} d\varphi, \quad j = 1, 3, 5$$

$$V_{-n}^{3,-}(\rho) = \bar{V}_n^{3,-}(\rho), \quad \bar{V}_n^{3,-}(\rho) = \Phi_n[\bar{v}_3^-].$$

До розв'язання системи (1) застосовано узагальнений метод граничних

елементів, згідно якого, розшукувані функції подано N -сплайнмами

$$V_n^{k,-}(\xi) = \sum_{j=1}^N v_j^{k,-}, v_j^{k,-} = \begin{cases} \sum_{l=1}^3 C_{n,l,j}^k (\xi - a)^{-1/2-\gamma_l} & j = 1 \\ C_{n,j}^k (\xi - a)^{-1/2} & j = 2 \dots N/2 \\ C_{n,j}^k (b - \xi)^{-1/2} & j = N/2 \dots N-1 \\ \sum_{l=1}^3 C_{n,l,j}^k (b - \xi)^{-1/2-\gamma_l} & j = N \end{cases} \quad (2)$$

$$[a, b] = \bigcup_{j=1}^N \Delta_j, \Delta_j = [\rho_j, \rho_{j+1}], j = 0 \dots N, a \leq \rho_0 < \rho_1 < \dots < \rho_N \leq b,$$

Підставивши (3) в систему (2) і розглядаючи отриману систему в точках $r_q, q = 1 \dots N$, які є серединами відрізків розбиття Δ_j , для визначення $C_{n,j}^k$ отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь.

Отже, запропоновано і проведена апробація ефективного чисельно методу розв'язання сингулярних інтегральних рівнянь, що дозволило дослідити розподіл нормальних напружень в околі міжфазного кільцевого включення, яке знаходиться в умовах повного зчеплення в кусково-однорідному трансверсально-ізотропному просторі.

1. *Кривий О.Ф.* Delaminated Interface Inclusion in a Piecewise Homogeneous Transversely Isotropic Space. In: Materials Science iss.2, vol.3, pp.245–253 (2014).
2. *Кривий О. Ф., Морозов Ю. О.* Fundamental solutions for a piecewise-homogeneous transversely isotropic elastic space // J. Math. Sci. – 2019. – **270**, No. 1. – P. 143–156.

INTERFACIAL ANNULAR INCLUSION UNDER CONDITIONS OF FULL COUPLING WITH PIECEWISE HOMOGENEOUS TRANSVERSAL-ISOTROPIC SPACE

The problem of an interfacial annular ring absolutely rigid inclusion under conditions of full coupling with a piecewise homogeneous transversal-isotropic space is reduced to a system of three singular integral equations. An efficient numerical method for solving the obtained system is proposed. The distribution of normal stresses in the vicinity of the defect is investigated.