ФРИКЦІЙНА КОНТАКТНА ЗАДАЧА ДЛЯ АНІЗОТРОПНОЇ СМУГИ НА ЗАКРІПЛЕНІЙ ОСНОВІ

Ольга Соляр, Тетяна Соляр

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів,
solyarolya@gmail.com

Розглядається контактна задача для анізотропної смуги із закріпленою основою, за врахування тертя під штампом [1,2]. До штампа прикладено сили (kP, P), головний момент сил M, або кут повороту штампа ω, смуга займає область $-h<y<0$. Інтегральне рівняння для визначення контактних напружень $Y=\sigma_y(x,0)$ матє вигляд

$$-\operatorname{Re}(\lambda)Y(x)+\frac{\operatorname{Im}(\lambda)}{\pi}\int_a^b\frac{Y(t)}{t-x}dt+\int_a^b Y(t)K(x,t)dt=f'(x)+\omega, \qquad (1)$$

де $y=f(x)-$ рівняння основи штампа, $(a,b)-$ область контакту, $\lambda-$ стала, яка визначається через пружні сталі смуги та коефіцієнт тертя k, $K(x,t)-$ неперервна функція. Невідомі контактні напруження задовольняють додатковим умовам

$$\int_a^b Y(t)dt=P, \quad \int_a^b tY(t)dt=M . \qquad (2)$$

У випадку, коли задано кут повороту штампа ω, у співвідношеннях (2) задається тільки перша умова.

Перейдемо до нових змінних $t=c+d\tau$, $x=c+d\xi$, де $d=(b-a)/2$, $c=(b+a)/2$. Тоді рівняння (1) набуває канонічного вигляду

$$-\operatorname{Re}(\lambda)Y_*(\xi)+\frac{\operatorname{Im}(\lambda)}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{Y_*(\tau)}{\tau-\xi}d\tau+d\int_{-1}^{1}Y_*(\tau)K_*(\xi,\tau)d\tau=g(\xi)+\omega, \qquad (3)$$

де $Y_*(\xi)=Y(c+d\xi)$, $K_*(\xi,\tau)=K(c+d\xi,c+d\tau)$, $g(\xi)=f'(c+d\xi)$, а додаткові умови будуть $\int_{-1}^{1}Y_*(\tau)d\tau=P/d$, $\int_{-1}^{1}(c+d\tau)Y_*(\tau)d\tau=M/d$. Розв’язок цього рівняння має вигляд

$$Y_*(\xi)=U(\xi)w(\xi), \qquad (4)$$

де $U(\xi)-$ гладка функція, $w(\xi)=(1-\xi)^{\alpha}(1+\xi)^{\beta}$, $\alpha=\dfrac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\dfrac{\operatorname{Im}\lambda}{\operatorname{Re}\lambda}$, $\beta=-1-\alpha$, причому для контактної задачі $-1<\alpha,\ \beta<0$.

Для розв'язання рівняння (3) використано квадратурні формули Гаусса-Якобі для сингулярних і регулярних інтегралів з N вузловими точками. Інтегральне рівняння (3) тоді зводиться до розв'язування системи алгебраїчних рівнянь:

$$\frac{\operatorname{Im}\lambda}{\pi}\sum_{k=1}^{N}A_k\frac{U(t_k)}{t_k-x_n}+d\sum_{k=1}^{N}A_kU(t_k)K_*(x_n,t_k)=g(x_n)+\omega,\quad n=1,..,N-1, \tag{5}$$

$$\sum_{n=1}^{N}A_kU(t_k)=P/d,\quad \sum_{n=1}^{N}A_k(c+dt_k)U(t_k)=M/d. \tag{6}$$

Тут t_k- корені полінома Якобі $P_N^{(\alpha,\beta)}(t)$, x_n- корені полінома Якобі $P_{N-1}^{(-\alpha,-\beta)}(x)$, $k=1,...,N$, $n=1,...,N-1$, $A_k=-\dfrac{2\pi}{\sin\alpha\pi}\dfrac{P_{N+1}^{(-\alpha,-\beta)}(t_k)}{P_N^{'(\alpha,\beta)}(t_k)}$.

За дії штампів гладкої форми невідомими є і межі області контакту. Їх визначаємо з умов $Y(a)=0,\ Y(b)=0$. У випадку, коли штамп не обертається, покладаємо $\omega=0$ та другу умову з (6) не використовуємо. Розрахунки виконано для штампа, який має основу параболічну або близьку до плоскої із закругленими краями. При цьому розглянуто штамп, який зміщується тільки вертикально, або може повертатись в процесі навантаження.

На основі побудованого розв'язку розглянуто контактну задачу для анізотропної смуги за врахування тертя. Розрахунки виконано для штампа, який має основу параболічну або близьку до плоскої із закругленими краями. При цьому розглянуто штамп, який зміщується тільки вертикально або може повертатись в процесі навантаження. Досліджено взаємодію двох штампів при врахуванні тертя. Виконано дослідження поздовжніх напружень під штампом. Встановлено, що за врахування тертя в околі штампа ці напруження можуть досягати значень сумірних з максимальними тисками.

1. *Çömez İ.* Frictional moving contact problem of an orthotropic layer indented by a rigid cylindrical punch //Mechanics of Materials. – 2019. – **133**. – С. 120-127.
2. *Maksymovych M. O., Kharchenko Y. V.* Determination of stresses in an anisotropic strip with holes by using singular integral equations and green's solution // Journal of Mathematical Sciences. – 2023. – **273**, No. 1. – С. 79-91.

FRICTIONAL CONTACT PROBLEM FOR AN ANISOTROPIC STRIP ON A FIXED BASE

An approach has been developed to solve a frictional contact problem for a strip with a rigidly fixed base, based on the method of integral equations.