

ПРО ПОШИРЕННЯ ХВИЛЬ КРУЧЕННЯ В ШАРУВАТИХ КОМПЗИТНИХ НЕСТИСЛИВИХ МАТЕРІАЛАХ З ПОЧАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ ПРИ ПРОКОВЗУВАННІ ШАРІВ

Андрій Глухов

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, м. Київ, ndrew.gl@gmail.com

В рамках тривимірної динамічної лінеаризованої теорії пружності для тіл з початковими напруженнями досліджено поширення хвиль кручення в шаруватому композитному нестисливому матеріалі з початковими напруженнями при проковзуванні шарів.

Розглянуто шаруватий композит з початковими напруженнями, який складається з почерезних шарів двох типів, в кожному з яких матеріали і початкові напружено-деформовані стани є однаковими для розглянутого типу шарів. Застосовано лагранжеві координати $y_n \equiv y^n$, які в початковому напружено-деформованому стані збігаються з декартовими координатами, і лагранжеві координати r', θ, y_3 , які в початковому напружено-деформованому стані збігаються з круговими циліндричними координатами. Декартову систему координат (y_1, y_2, y_3) в початковому напружено-деформованому стані вибираємо таким чином, щоб вісь була спрямована по нормалі до площин розділу шарів.

Матеріали шарів вважатимемо гіперпружними ізотропними з довільною структурою пружних потенціалів. У разі трансверсально-ізотропних гіперпружних матеріалів шарів будемо вважати, що вісь ізотропії спрямована уздовж осі Oy_3 .

Вважаємо початковий напружений стан однорідним. Також приймаємо, що для кожного з шарів мають місце наступні співвідношення:

$$\begin{aligned} S_{11}^{0(j)} = S_{22}^{0(j)} \neq S_{33}^{0(j)}; \quad \sigma_{11}^{0(j)} = \sigma_{22}^{0(j)} \neq \sigma_{33}^{0(j)}; \\ \varepsilon_{11}^{0(j)} = \varepsilon_{22}^{0(j)}; \quad \lambda_1^{(j)} = \lambda_2^{(j)}; \quad h^{(j)} = \lambda_3^{(j)} h^{(j)}; \quad j = 1, 2. \end{aligned} \quad (1)$$

Також, як і в [1], приймаємо, що

$$u_{r'}^{(j)} \equiv 0; \quad u_0^{(j)} = u_0^{(j)}(r', y_3, \tau); \quad u_3^{(j)} \equiv 0; \quad u_4^{(j)} \equiv p^{(j)} \equiv 0. \quad (2)$$

У цьому випадку в поданні спільних рішень просторових динамічних лінеаризованих задач теорії пружності стосовно до загального рішення задачі в циліндричних координатах можна прийняти

$$\Psi^{(j)} = \Psi^{(j)}(r', y_3, \tau); \quad X^{(j)} \equiv 0. \quad (3)$$

У розглянутому випадку для визначення переміщень $u_0^{(j)}$ в кожному з шарів маємо наступні співвідношення [1]

$$u_0^{(j)} = -\frac{\partial}{\partial r'} \Psi'^{(j)}. \quad (4)$$

Для складових тензора напружень $Q'^{(j)}$ при $y_3 = const$ отримуємо вирази

$$Q'_{30}{}^{(j)} = \kappa'_{3113}{}^{(j)} \frac{\partial}{\partial y_3} u_0^{(j)}. \quad (5)$$

В співвідношеннях (4) функції $\Psi'^{(j)}$ визначаються із рівнянь

$$\left(\Delta' + \kappa'_{3113}{}^{(j)} \kappa'_{1221}{}^{(j)-1} \frac{\partial^2}{\partial y_3^2} - \rho'^{(j)} \kappa'_{1221}{}^{(j)-1} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) \Psi'^{(j)} = 0. \quad (6)$$

Тут $\Delta'_1 = \frac{\partial^2}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'}$; $\rho'^{(j)}$ – щільність матеріалів кожного з шарів в попередньо напруженому стані; τ – час. Складові тензорів $\kappa'^{(j)}$ визначаються для конкретних постановок задач [1].

За умови проковзування при $y_3 = 0$ повинні виконуватися умови неперервності

$$Q'_{30}{}^{(1)(0)}(0) = 0; \quad Q'_{30}{}^{(2)(0)}(0) = 0; \quad (7)$$

і умови періодичності

$$Q'_{30}{}^{(1)(0)}(h^{(1)}) = 0; \quad Q'_{30}{}^{(2)(0)}(-h^{(2)}) = 0. \quad (8)$$

Таким чином, відповідно до вище викладеного дослідження закономірностей поширення хвиль кручення у нестисливих шаруватих композитних матеріалах з початковими напруженнями зводиться до побудови розв'язків рівняння (6) при виконанні умов неперервності в площинах розділу шарів (7) і умов періодичності (8), відповідно теорії Флоке.

1. Гузь А. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: в 2-х частях. Ч. 2. Волны в частично ограниченных телах. – Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 505 с.

ON THE PROPAGATION OF TORSIONAL WAVES IN LAYERED COMPOSITE INCOMPRESSIBLE MATERIALS WITH INITIAL STRESSES AT THE SLIP OF LAYERS

In the framework of the linearised theory of elasticity for bodies with initial stresses, the torsional wave propagation in layered composite incompressible materials with initial stresses at layer slippage is investigated. The case of wave propagation along the layers is considered. The dispersion equations for symmetric and antisymmetric waves and their long-wave approximations are obtained.