

ЗВОРОТНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ НЕУДАРНИХ НАВАНТАЖЕНЬ ПРУЖНОГО СТЕРЖНЯ ЗІ ЗОВНІШНІМ В'ЯЗКОПЛАСТИЧНИМ ТЕРТЯМ

Василь Перепічка

Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, м. Івано-Франківськ,
v.v.perepichka@gmail.com

Розглядається півнескінченний стержень Бернуллі на бокових поверхнях якого наявне зовнішнє тертя. Механічний аналог прийнятої моделі тертя – паралельне з'єднання елемента Сен-Венана з елементом Ньютона, що дає в залежності від швидкості висхідну характеристику. В випадку під'єднання поршня через реверс отримуємо в'язкопластичне тертя з ниспадаючою характеристикою: сухе некулонівське тертя. Під зворотністю задачі розуміємо, що по заданому законі поширення збурення знаходиться поле переміщень для області зрушених елементарних перерізів і зусилля на торці.

Зворотна початково-крайова задача для знаходження переміщення стержня $u(X, T)$ має вигляд:

$$u'' + \frac{\Pi}{A} \frac{\tau_x}{E} = \frac{\rho}{E} \ddot{u}, \quad X > 0, T > 0;$$

$$\tau_x = -\tau_c \operatorname{sgn} \dot{u} - \beta \dot{u}, \quad \dot{u} \neq 0 \quad \text{або} \quad \dot{u} = 0, \quad |\tau_x| < \tau_c;$$

$$u(X, 0) = 0, \quad \dot{u}(X, 0) = 0, \quad X > 0;$$

$$u'(0, T) = -\frac{\sigma_0}{E} g(T) H(T), \quad u(\infty, T) = 0, \quad T > 0.$$

$$\operatorname{sgn} \dot{u} = H(T - \alpha(X)), \quad X > 0, T > 0.$$

Тут X, T – координата та час; A, Π – площа та периметр перерізу, E, ρ – модуль Юнга та густина матеріалу стержня; τ_x – дотичне напруження на бічній поверхні, τ_c – межа текучості, β – коефіцієнт в'язкості; σ_0 – нормуюче напруження, $g(T)$ – невідома функція закону навантаження торця; $\alpha(X)$ – задана лінія фронту збурення, $H(T)$ – функція Гевісайда.

В полі трансформант інтегрального перетворення Лапласа за часом побудовано загальний розв'язок поставленої задачі. В випадку постійної швидкості збурення отримано розв'язок в дійсних змінних.

INVERSE PROBLEMS FOR NON-IMPACT LOADS OF AN ELASTIC ROD WITH EXTERNAL VISCOPLASTIC FRICTION

The inverse problem for a semi-infinite elastic rod interacting with the external environment is considered. An analytical solution is obtained for a given constant speed of propagation of the disturbance. The analysis of the obtained results for the moving part of the rod was carried out.