

РОЗСІЯННЯ SH-ХВИЛІ ПРУЖНИМ ВОЛОКНОМ З ТОНКИМ МІЖФАЗНИМ ПЕЗОЕЛЕКТРИЧНИМ ВКЛЮЧЕННЯМ

Юлія Максимів¹, Валерій Матус², Василь Пороховський³, Павло Турчин

*Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, м. Львів,
¹maksymiv.yulya@gmail.com, ²matus@iapmm.lviv.ua, ³porvas@iapmm.lviv.ua*

Розглянуто усталену за часом задачу розсіяння SH-хвиль пружним волокном неканонічної форми, що містить у необмеженій ізотропній матриці. На межі розділу складових композиту наявна тонке пьезоелектричне включення низької жорсткості та змінної товщини, динамічна взаємодія якого з оточуючим середовищем моделюється асимптотично точними ефективними умовами, записаними на контурі волокна [1].

Переміщення у складових композиту задовольняють рівняння Гельмгольца

$$(\Delta + k_j^2)u^j(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in W_j \quad j=1,2, \quad (1)$$

та умови контакту на міжфазній поверхні

$$u^1(\mathbf{x}) = u^2(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in S_1, \quad \mu_1 \frac{\partial u^1(\mathbf{x})}{\partial n} = \mu_2 \frac{\partial u^2(\mathbf{x})}{\partial n}, \quad \mathbf{x} \in \partial W_2,$$

$$\frac{\mu_0}{\mu_1} (1 + \eta^2) [u^1(\mathbf{x}) - u^2(\mathbf{x})] = h(\mathbf{x}) \frac{\partial u^1(\mathbf{x})}{\partial n}, \quad \mathbf{x} \in S_0,$$

$$\frac{\mu_0}{\max(\mu_1, \mu_2)} \ll 1, \quad (2)$$

де $u^1(\mathbf{x}) = u^s(\mathbf{x}) + u^{in}(\mathbf{x})$ та $u^2(\mathbf{x})$ – повні поля зміщень у матриці $W_1 = R^2 \setminus W_2$ та у волокні W_2 ($u^{in}(\mathbf{x})$ та $u^s(\mathbf{x})$ – набігаюча та розсіяна хвиля); $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ – декартові координати з початком в W_2 ; S_0 та $S_1 = \partial W_2 \setminus S_0$ – лінії неідеального та ідеального контакту наповнювача з матрицею; μ_j та k_j ($j=1,2$) – модулі зсуву та хвильові числа поперечних хвиль складових композиту; μ_0 , η і $h(\mathbf{x})$ – модуль зсуву, коефіцієнт електромеханічного зв'язку і товщина тонкостінної неоднорідності; \mathbf{n} – зовнішня нормаль до ∂W_2 . Крім цього, виконується умова випромінювання на безмежності.

Розв'язок задачі (1)-(2) шукаємо за допомогою модифікованого методу

нульового поля [2, 3]. Враховуючи специфіку граничних умов (2), невідомі зміщення та напруження на контурі включення доцільно подати у вигляді

$$v(\theta) = \sum_{\sigma, m} x_{\sigma m}^1 C_{\sigma m}(\theta), \quad u^2(\theta) = \sum_{\sigma, m} x_{\sigma m}^2 C_{\sigma m}(\theta), \quad \theta \in S,$$

$$v(\theta) = \begin{cases} a Z(\theta) \frac{\partial u^1(\theta)}{\partial n}, & \theta \in S_1, \\ Z(\theta) [u^1(\theta) - u^2(\theta)], & \theta \in S_0, \end{cases} \quad (3)$$

Тут функція $Z(\theta)$ описує характер поведінки переміщень та напружень в околі вершин тонкостінної неоднорідності. У випадку заокруглених вершин, напруження мають кореневу особливість в їх околах, тому функція $Z(\theta)$ має вигляд, наведений у [2]. Підставляючи представлення (3) у рівняння нульового поля [1, 2], отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь безмежного порядку для визначення невідомих коефіцієнтів $x_{\sigma m}^1, x_{\sigma m}^2$, яку розв'яжемо методом редукції.

Знаючи зміщення та напруження на контурі ∂W_2 , за допомогою відповідних інтегральних представлень [1, 2] отримаємо вирази для обчислення комплексних амплітуд розсіяння пружних хвиль у дальньому полі. За допомогою запропонованого аналітико-числового алгоритму проаналізовано вплив механічних та геометричних параметрів пружної структури на амплітудно-частотні характеристики SH -хвиль.

1. *Kunets Ya. I., Matus V. V. Asymptotic Approach in the Dynamic Problems of the Theory of Elasticity for Bodies with Thin Elastic Inclusions // J. Math. Sci. – 2023. – 270. – P. 87–106.*
2. *Кушнір Р.М., Скальський В.Р., Кунець Я.І., Матус В.В., Окренкий Ю.С., Селівончик Т.В. Руйнування пружних тіл із включеннями та його діагностування / Під заг. ред. Р.М. Кушніра. Т.1.: Теоретичні основи динамічних процесів у пружних тілах із включеннями. – Львів: НАН України, ІППИМ ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2023. – 280 с.*

INTERACTION BETWEEN SH-WAVE AND ELASTIC INCLUSION GIVEN A THIN-WALLED INTERPHASE DEFECT OF LOW RIGIDITY

The problem of interaction of a plane time-harmonic SH-wave with an elastic inclusion of non-classical cross-sections, when an elastic thin inhomogeneity of low rigidity is present between the infinite elastic matrix and the fiber, is considered. The method employed is a modified null field approach.