

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ТЕРМОПРУЖНИМ СТАНОМ КУСКОВО-ОДНОРІДНОГО ТІЛА ЗА ДОПОМОГОЮ СТАЦІОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ

Олексій Ніколаєв¹, Марія Скіцка²

Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут», м. Харків
¹a.nikolaev@khai.edu, ²m.skitska@khai.edu

У доповіді запропоновано новий високоєфективний метод визначення оптимального керування напружено-деформованим станом просторового багатозв'язного складеного тіла за допомогою стаціонарного температурного поля. Метод розглянуто на прикладі стаціонарної осесиметричної термопружної задачі для простору зі сферичними включеннями і порожниною. Він базується на узагальненому методі Фур'є і зводить вихідну задачу до еквівалентної задачі оптимального керування, в якій стан об'єкту визначається нескінченною системою лінійних алгебраїчних рівнянь, права частина яких параметрично залежить від керування. При цьому функціонал вартості вихідної задачі перетворюється на квадратичний функціонал, а обмеження на розподіл температури замінюється значенням норми керування в просторі l_2 . Метод також вирішує основну проблему еквівалентної задачі – неможливість отримання явної залежності стану системи від керування. В ньому запропоновано подання розв'язків нескінченних систем у параметричній формі, що дозволило звести еквівалентну задачу до задачі на умовний екстремум квадратичного функціонала, який явно залежить від керування. Подальший розв'язок цієї задачі знаходиться методом Лагранжа із застосуванням спектрального розкладу матриці квадратичного функціонала. Розроблений у статті метод строго обґрунтовано. Для всіх нескінченних систем доведено фредгольмовість їх операторів. Як важливий, необхідний для обґрунтування результат, вперше отримано оцінку знизу модуля багатопараметричного визначника розв'язувальної системи крайової задачі спряження – простір зі сферичним включенням – при розв'язанні її методом Фур'є. Доведено теорему, яка встановлює умови існування та єдиності в просторі l_2 розв'язку еквівалентної задачі або задачі оптимального керування без обмеження. Чисельний алгоритм засновано на методі редукції для нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Проведено дослідження практичної точності чисельного алгоритму шляхом порівняння оптимального керування, отриманого при різних параметрах редукції. Розрахунки показали стійкість методу і достатньо високу точність навіть при наближенні граничних поверхонь на відносну відстань 0.2. Наведено графіки

оптимального розподілу температури при різних геометричних параметрах задачі та їх аналіз. Метод припускає розповсюдження на інші крайові задачі з різною геометрією.

1. Николаев О. Г., Скицка М. В. Локальная модель термопружного stanu пористого матеріалу // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2023. – № 1. – С. 161 – 168.
2. Nikolaev O., Skitska M. The method of determining optimal control of the thermoelastic state of piece-homogeneous body using a stationary temperature field // Radioelectronic and Computer Systems. – 2024. – № 2. – P. 98-119.

THE METHOD OF DETERMINING THE OPTIMAL CONTROL OF THE THERMOELASTIC STATE OF A PIECE-HOMOGENEOUS BODY USING A STATIONARY TEMPERATURE FIELD

The report proposes a new highly effective method for determining the optimal control of the stress-strain state of a spatially multi-connected composite body using a stationary temperature field. The method is considered on the example of a stationary axisymmetric thermoelastic problem for a space with a spherical inclusion and a cavity. It is based on the generalized fourier method and reduces the original problem to an equivalent problem of optimal control, in which the state of the object is determined by an infinite system of linear algebraic equations, the right-hand side of which parametrically depends on the control. At the same time, the cost functional of the initial problem is transformed into a quadratic functional, which depends on the state of the equivalent system and parametrically on the control, and the limitation on the temperature distribution is replaced by the value of the control norm in space l_2 . The paper proposes a presentation of solutions of infinite systems in a parametric form, which made it possible to reduce the equivalent problem to the problem of the conditional extremum of a quadratic functional, which clearly depends on the control. The further solution of this problem is found by the lagrange method with using the spectral decomposition of the quadratic functional matrix. The method developed in the article is strictly justified. For all infinite systems, the fredholm property of their operators is proved. As an important result necessary for substantiation, for the first time an estimate from below of the module of the multi-parameter determinant of the resolving system of the boundary value problem of conjugation – space with a spherical inclusion – was obtained when solving it by the fourier method. A theorem is proved that establishes the conditions for the existence and uniqueness of the solution of an equivalent problem or an optimal control problem without restrictions in space l_2 . The numerical algorithm is based on the reduction method for infinite systems of linear algebraic equations. Estimates of the practical accuracy of the numerical algorithm showed the stability of the method and sufficiently high accuracy even with the close location of the boundary surfaces. Graphs of optimal temperature distribution for various geometric parameters of the problem and their analysis are given. The method assumes extension to other boundary value problems with different geometries.